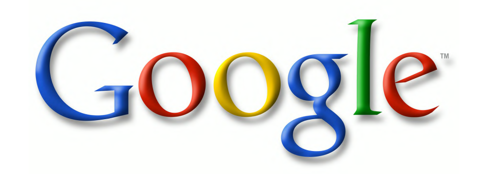


Sammlung Göschen

Hydraulik

Von

W. Hauber

Mit 44 Figuren



Bibliothek



werkswand[illegible] Mit 109 Abbild. Nr. 489.
— II: Dächer, [illegible]gen, Block-, Bohlen-

Tischler- (Schreiner-) Arbeiten I: Materialien, Handwerkszeuge, Maschinen, Einzel-Verbindungen, Fußböden, Fenster, Fensterladen, Treppen, Aborte von Professor E. Viehweger, Architekt in Köln. Mit 628 Figuren auf 75 Tafeln. Nr. 502.

Eisenkonstruktionen im Hochbau. Kurzgefaßtes Handbuch mit Beispielen von Ingenieur Karl Schindler. Mit 115 Figuren. Nr. 322.

Der Eisenbetonbau von Regierungsbaumeister Karl Rößle. Mit 75 Abbildungen. Nr. 349.

Heizung und Lüftung von Ingenieur Johannes Körting. I: Das Wesen und die Berechnung der Heizungs- und Lüftungsanlagen. Mit 34 Figuren. Nr. 342.

Dasselbe. II: Ausführung der Heizungs- und Lüftungsanlagen. Mit 191 Figuren. Nr. 343.

Gas- und Wasserinstallationen mit Einschluß der Abortanlagen von Prof. Dr. phil. u. Dr.-Ing. Eduard Schmitt in Darmstadt. Mit 119 Abbildungen. Nr. 412.

Das Veranschlagen im Hochbau. Kurzgefaßtes Handbuch über das Wesen des Kostenanschlages von Emil Beutinger, Architekt B.D.A., Assistent an der Technischen Hochschule in Darmstadt. Mit 16 Figuren. Nr. 385.

Bauführung von Emil Beutinger, Architekt B.D.A., Assistent an der Techn. Hochschule in Darmstadt. Mit 20 Figuren. Nr. 399

Die Baukunst des Schulhauses von Prof. Dr.-Ing. Ernst Vetterlein in Darmstadt. I: Das Schulhaus. Mit 38 Abb. Nr. 443.

Dasselbe. II: Die Schulräume — Die Nebenanlagen. Mit 31 Abbildungen. Nr. 444.

Öffentliche Bade- und Schwimmanstalten von Dr. Carl Wolff, Stadt-Oberbaurat in Hannover. Mit 50 Figuren. Nr. 380.

Wasserversorgung der Ortschaften von Dr.-Ing. Robert Weyrauch, Professor an der Technischen Hochschule Stuttgart. Mit 85 Figuren. Nr. 5.

Die Maschinenelemente. Kurzgefaßtes Lehrbuch mit Beispielen für das Selbststudium und den praktischen Gebrauch von Friedrich Barth, Oberingenieur in Nürnberg. Mit 86 Fig. Nr. 3.

Eisenhüttenkunde von A. Krauß, diplomierter Hütteningenieur. I: Das Roheisen. Mit 17 Figuren und 4 Tafeln. Nr. 152.

Dasselbe. II: Das Schmiedeisen. Mit 25 Fig. und 5 Tafeln. Nr. 153.

Lötrohrprobierkunde. Qualitative Analyse mit Hilfe des Lötrohrs von Dr. Martin Henglein in Freiberg. Mit 10 Figuren. Nr. 483.

Technische Wärmelehre (Thermodynamik) von K. Walther und M. Röttinger, Diplom-Ingenieuren. Mit 54 Figuren. Nr. 242.

Die thermodynamischen Grundlagen der Wärmekraft- und Kältemaschinen von M. Röttinger, Diplom-Ingenieur in Mannheim. Mit 73 Figuren. Nr. 2.

Die Dampfmaschine. Kurzgefaßtes Lehrbuch mit Beispielen für das Selbststudium und den praktischen Gebrauch von Friedrich Barth, Oberingenieur in Nürnberg. Mit 48 Figuren. Nr. 8.

Die Dampfkessel. Kurzgefaßtes Lehrbuch mit Beispielen für das Selbststudium und den praktischen Gebrauch von Friedrich Barth, Obering. in Nürnberg. **I:** Kesselsysteme und Feuerungen. Mit 43 Figuren. Nr. 9.

Dasselbe. II: Bau und Betrieb der Dampfkessel. Mit 57 Fig. Nr. 521

Die Kalkulation im Maschinenbau von Ingenieur H. Bethmann Dozent am Technikum Altenburg. Mit 61 Abbildungen. Nr. 486.

Wenden!

Die Gaskraftmaschinen. Kurzgefaßte Darstellung der wichtigsten Gasmaschinen-Bauarten von Ingenieur Alfred Kirschke. Mit 55 Figuren. Nr. 316.

Die Dampfturbinen, ihre Wirkungsweise und Konstruktion von Ingenieur Hermann Wilda in Bremen. Mit 89 Abbildungen. Nr. 274.

Die zweckmäßigste Betriebskraft von Friedrich Barth, Oberingenieur in Nürnberg. I: Einleitung. Dampfkraftanlagen. Verschiedene Kraftmaschinen. Mit 27 Abbildungen. Nr. 224.

Dasselbe. II: Gas-, Wasser- und Windkraft-Anlagen Mit 31 Abbildungen. Nr. 225.

Dasselbe. III: Elektromotoren. Betriebskostentabellen. Graphische Darstellungen. Wahl der Betriebskraft. Mit 27 Abbildungen. Nr. 474.

Schmalspurbahnen (Klein-, Arbeits- und Feldbahnen) von Dipl.-Ing. August Boshart in Charlottenburg. Nr. 524.

Eisenbahnfahrzeuge von H. Hinnenthal, Kgl. Regierungsbaumeister und Oberingenieur in Hannover. **I:** Die Lokomotiven. Mit 89 Abbildungen im Text und 2 Tafeln. Nr. 107.

— **II:** Die Eisenbahnwagen und Bremsen. Mit 56 Abbildungen im Text und 3 Tafeln. Nr. 108.

Die Hebezeuge, ihre Konstruktion und Berechnung von Ingenieur Hermann Wilda, Prof. am staatl. Technikum in Bremen. Mit 399 Abbildungen. Nr. 414.

Pumpen, hydraulische und pneumatische Anlagen. Ein kurzer Überblick von Regierungsbaumeister Rudolf Vogdt, Oberlehrer an der Königlichen höheren Maschinenbauschule in Posen. Mit 59 Abbildungen. Nr. 290.

Die landwirtschaftlichen Maschinen von Karl Walther, Dipl.-Ingenieur in Mannheim. 3 Bändchen. Mit vielen Abb. Nr. 407—409.

Die Preßluftwerkzeuge von Diplom-Ingenieur P. Iltis, Oberlehrer an der Kaiserl. Technischen Schule in Straßburg. Mit 82 Figuren. Nr. 493.

Nautik. Kurzer Abriß des täglich an Bord von Handelsschiffen angewandten Teils der Schiffahrtskunde. Von Dr. Franz Schulze, Direktor der Navigationsschule zu Lübeck. Mit 56 Abb. Nr. 84.

Elektrotechnik. Einführung in die moderne Gleich- und Wechselstromtechnik von J. Herrmann, Professor an der Königlich Technischen Hochschule Stuttgart. I: Die physikalischen Grundlagen. Mit 42 Figuren und 10 Tafeln. Nr. 196.

Dasselbe. II: Die Gleichstromtechnik. Mit 103 Fig. u. 16 Taf. Nr. 197.

Dasselbe. III: Die Wechselstromtechnik. Mit 109 Figuren. Nr. 198.

Die Gleichstrommaschine von C. Kinzbrunner, Ingenieur und Dozent für Elektrotechnik an der Municipal School of Technology in Manchester. Mit 78 Figuren. Nr. 257.

Die elektrischen Meßinstrumente. Darstellung der Wirkungsweise der gebräuchlichsten Meßinstrumente der Elektrotechnik und kurze Beschreibung ihres Aufbaues von J. Herrmann, Professor an der Kgl. Techn. Hochschule Stuttgart. Mit 195 Figuren. Nr. 477.

Ströme und Spannungen in Starkstromnetzen von Diplom-Elektroing. Josef Herzog in Budapest und Prof. Feldmann in Delft. Mit 68 Figuren. Nr. 456.

Das Fernsprechwesen von Dr. Ludwig Rellstab in Berlin. Mit 47 Figuren und 1 Tafel. Nr. 155.

Die elektrische Telegraphie von Dr. Ludwig Rellstab. Mit 19 Figuren. Nr. 172.

Sammlung Göschen

Hydraulik

Von

W. Hauber
Dipl.-Ingenieur in Stuttgart

Mit 44 Figuren



Leipzig
G. J. Göschen'sche Verlagshandlung
1908

Spamersche Buchdruckerei in Leipzig.

Inhaltsverzeichnis.

I. Abschnitt.

Einleitung.

II. Abschnitt.

Hydrostatik oder die Lehre vom Gleichgewicht des Wassers.

III. Abschnitt.

Hydrodynamik oder die Lehre von der Bewegung des Wassers.

I. Kapitel.

Ausfluß des Wassers aus Gefäßen.

II. Kapitel.

Überfall des Wassers über Wehre.

III. Kapitel.

Die Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen.

IV. Kapitel.

Die Bewegung des Wassers in Röhren.

I. Abschnitt.

Einleitung.

§ 1. Prinzipien und Aufgaben der Hydraulik.

Die Hydraulik ist die auf die verschiedenen Zweige der Technik angewandte Lehre vom Gleichgewicht und von der Bewegung des Wassers.

Die Lehre vom Gleichgewicht des Wassers heißt Hydrostatik, diejenige von der Bewegung desselben Hydrodynamik.

Die Hydrostatik und Hydrodynamik betrachten das Wasser als einen homogenen, tropfbar flüssigen natürlichen Körper, der unter der Einwirkung der Schwere steht. Seine Kohäsion ist geringer als diejenige der festen Körper und größer als diejenige der gasförmigen. Auf der geringen Kohäsion beruht die große Verschiebbarkeit der Wasserteilchen gegeneinander und die leichte Möglichkeit ihrer Trennung. Die theoretische Hydrodynamik setzt in dieser Hinsicht voraus, daß selbst bei einem großen Drucke, den die Wasserteilchen gegenseitig aufeinander ausüben, dem gegenseitigen Gleiten derselben übereinander ein hemmender Widerstand durch Reibung an deren Oberflächen nicht entgegenwirkt (Hypothese der vollkommenen Flüssigkeit). Ferner nimmt man in der theoretischen Hydrodynamik an, daß das Wasser unter Einfluß äußerer Druckkräfte sein Volumen (Rauminhalt) so wenig ändere, daß die Änderung selbst bei großer Intensität jener Kräfte

vernachlässigt werden kann (Hypothese der Unzusammendrückbarkeit).

Beide Hypothesen sind wohl für kleine Wassermengen und relativ kleine Kräfte als durch das Experiment erwiesen zu betrachten. Im großen aber stehen die auf Grundlage dieser Hypothesen sich ergebenden theoretischen Resultate nicht im Einklang mit den Ergebnissen der Erfahrung, so daß es den Anschein hat, als ob bei der Strömung einer Flüssigkeit ein innerer Reibungswiderstand mitwirke. Jedoch haben die von C. L. Navier (1823) aufgestellten, von de St-Venant für die Bedürfnisse der Praxis umgestalteten Bewegungsgleichungen für reibende Flüssigkeiten bis jetzt keinen Eingang in die Praxis gefunden, ebensowenig im allgemeinen die Arbeiten von J. V. Boussinesq, der auf neuen Grundlagen die Probleme der Hydraulik zu lösen sucht [vgl. Boussinesq, Essai sur la théorie des eaux courantes, Paris, Mém. prés. par div. sav. 23 u. 24 (1877) und Literaturverzeichnis].

Die Hydraulik verläßt im allgemeinen auch heute noch die Wege der theoretischen Hydrodynamik, verzichtet darauf, ihre Probleme als Sonderfälle einer allgemeinen Theorie darzustellen, und sucht ihre Resultate in erster Linie den Bedürfnissen der Praxis entsprechend zu gestalten. Sie ist bestrebt, die betreffenden Aufgaben der Technik als Einzelfälle zu lösen unter Einschränkung auf die von der Praxis gegebenen Verhältnisse und im Hinblick auf diese ihre theoretischen Resultate, die ja nicht vollkommen sein können, unter Anwendung von empirischen Korrektionskoeffizienten mit denen der Beobachtung in Einklang zu bringen. Die Hydraulik ist daher bis heute noch ein „Machtgebiet der Koeffizienten", deren genaue Bestimmung durch hervorragende Hydrauliker für alle einschlägigen Verhältnisse auch heute noch nicht als

abgeschlossen gelten kann, namentlich soweit es sich um die Abhängigkeit dieser Faktoren von geometrischen und mechanischen Größen handelt. Ein schärferes mathematisches Erfassen der den einzelnen Problemen zugrunde liegenden mechanischen Vorgänge zeichnet die Formeln von v. Wex aus, die in den letzten Jahrzehnten aufgestellt worden sind (vgl. Literaturverzeichnis).

Sieht man von der Lehre von der Bewegung des Grundwassers und der Wellen ab, für welche der Rahmen dieses Buches zu eng ist, so bieten die dynamischen Aufgaben der Hydraulik meist Probleme der Flüssigkeitsströmung innerhalb gewisser Wandungen oder durch gegebene Öffnungen dar, zu welchen bis heute noch auch die Aufgaben der Überfälle gerechnet werden. Bezüglich der Wirkungen der Strömung als Stoßkraft auf Maschinenteile usw. möge auf die einschlägigen Lehrbücher des Maschinenbaues verwiesen sein.

§ 2. Äußere und innere Kräfte. Pressung und Dichtigkeit.

Die Hydraulik operiert mit denselben Grundbegriffen wie die Statik und Dynamik beliebiger materieller Systeme. Sie denkt sich hierbei die Wasserteilchen als sehr kleine starre Körperchen von prismatischer oder zylindrischer Gestalt, welche die Angriffspunkte äußerer und innerer Kräfte bilden (vgl. Sammlung Göschen: Statik, Bd. I, § 3).

Steht jedes Flüssigkeitsteilchen unter Einfluß einer äußeren Kraft, deren Quelle oder Ursache außerhalb der Flüssigkeit liegt, aber für alle Teilchen dieselbe ist, so heißt diese äußere Kraft eine Massenkraft.

Die für die Hydraulik in Betracht kommenden Massenkräfte sind die Schwerkraft und die Zentrifugalkraft. Die erstere äußert sich bei jedem Massenteilchen als dessen

Gewicht, die letztere als Kraft, welche die Teilchen bei Bewegung in einer krummen Röhre oder bei Drehung einer Wassermasse um eine feste Achse voneinander zu entfernen strebt.

Die Größe der an einem Wasserteilchen angreifenden Massenkraft ist proportional zu dessen Masse dm und für die Masseneinheit des Teilchens von konstantem Werte.

Von denjenigen äußeren Kräften, welche nur an einzelnen Teilchen oder Gruppen von Teilchen wirken, sind die wichtigsten die Drücke der einschließenden Wandungen (von Röhren, Reservoiren usw.), die Reibungskräfte zwischen Wandung und der strömenden Flüssigkeit und die Pressung p_0 der Atmosphäre auf die freie Oberfläche.

Letztere hat den Wert

$$p_0 = 1 \text{ atm} = 1{,}033 \text{ kg/qcm}$$
$$= 10330 \text{ kg/qm}.$$

(Der Druck von 1 kg/qcm oder 10000 kg = 10 t/qm heißt 1 Neuatmosphäre.)

Jedes Teilchen steht, gleichgültig ob die ganze Wassermasse in Bewegung oder im Gleichgewicht sich befindet, auch unter Einfluß innerer Kräfte, die von den benachbarten Teilchen ausgehen und welche zusammen mit äußeren Kräften die Bewegung oder das Gleichgewicht des Teilchens herbeiführen. Als innere Kraft gilt zunächst der längs der Oberfläche des Teilchens wirkende Reibungswiderstand (vgl. § 1). Stellen wir uns die Resultierende der übrigen in irgend einem Punkte der Oberfläche des Teilchens angreifenden inneren Kräfte als senkrecht zu dieser Oberfläche wirkend vor, so nennt man diese Resultierende den in jenem Punkte auf die Oberfläche

wirkenden hydraulischen oder hydrostatischen Druck.

Denkt man sich diesen Druck gleichförmig über das in jenem Punkte sich befindliche Element der Oberfläche des Teilchens verteilt, so nennt man den auf die Flächeneinheit (qcm) entfallenden Teil desselben die Pressung in jenem Punkte.

Unter Annahme einer Unzusammendrückbarkeit des Wassers bleibt bei Gleichgewicht oder Bewegung eines Teilchens dessen Volumen dV an jeder Stelle von konstantem Werte. Daher bleibt auch die auf die Volumeneinheit des Teilchens entfallende Masse desselben (spezifische Masse, Dichtigkeit δ) überall von gleichem Werte, welche Bewegung das Teilchen auch ausführen mag. Hieraus folgt:

Die Dichtigkeit $\delta = \frac{dm}{dV}$ einer im Gleichgewicht oder in Bewegung befindlichen Wassermasse ist an jeder Stelle derselben und für jeden Zeitpunkt konstant. (dm = Masse des Teilchens.)

§ 3. Die Arten der Wasserbewegung.

Ist die Wasserbewegung so beschaffen, daß für irgend einen Punkt des Raumes, innerhalb dessen die Bewegung sich vollzieht, die Geschwindigkeit und die Pressung für alle ihn passierenden Wasserteilchen in jedem Zeitpunkte von konstantem Werte ist, so heißt die Bewegung permanent (Wasserbewegung in Flüssen, Röhren).

Die permanente Bewegung ist

gleichförmig, wenn die Geschwindigkeit unabhängig ist von der Zeit und dem Ort des betrachteten Raumpunktes (Bewegung in Kanälen oder Röhren mit konstantem Querschnitt);

stationär, wenn die Geschwindigkeit unabhängig ist von der Zeit, aber mit dem Ort des betrachteten Raumpunktes wechselt (Bewegung in Flüssen mit unregelmäßigem Querschnitt oder in gestauten Kanälen mit konstanter Sohle und Böschungswinkel).

Bei der permanenten Bewegung bildet die Gesamtheit der den betrachteten Raumpunkt innerhalb einer gewissen Zeit in kontinuierlicher Folge passierenden Wasserteilchen einen Wasserfaden.

Ein dichtes Büschel paralleler Wasserfäden, deren Bewegung übereinstimmend verläuft, bildet einen Wasserstrahl.

II. Abschnitt.

Hydrostatik oder die Lehre vom Gleichgewicht des Wassers.

§ 4. Unabhängigkeit der Größe der Pressung von der Richtung des gedrückten Flächenelements.

Es sei (Fig. 1) $ABCD$ eine unendlich kleine, aus einer im Gleichgewicht sich befindlichen Wassermasse ausgeschnittene Wasserpyramide, deren Kanten AB, AC und AD parallel den Achsen eines räumlichen rechtwinkligen Koordinatensystems seien und die unendlich kleinen Längen dx, dy, dz haben mögen.

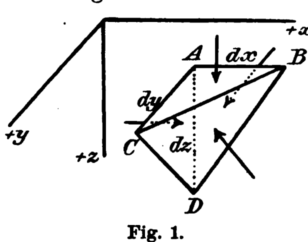


Fig. 1.

Die Koordinaten der Spitze A seien x, y, z. Diese Pyramide sei ergriffen von beliebigen Massenkräften, die sich zu einer Resultanten mit den Richtungswinkeln α, β, γ gegen die positiven Zweige der

Koordinatenachsen zusammensetzen lassen. Ist nun q der auf die Masseneinheit der Pyramide entfallende Teil jener Resultanten, δ die Masse der Volumeneinheit (Dichte oder spezifische Masse, vgl. § 2) und dm die Masse der Pyramide, so sind die Achsenkomponenten jener Resultanten, da das Volumen der Pyramide $= \frac{dx \cdot dy \cdot dz}{6}$ ist,

$$X_1 = (dm\, q) \cos\alpha = \left(\frac{dx \cdot dy \cdot dz}{6}\right) \delta \cdot q \cos\alpha \,,$$

$$Y_1 = (dm\, q) \cos\beta = \left(\frac{dx \cdot dy \cdot dz}{6}\right) \delta \cdot q \cos\beta \,,$$

$$Z_1 = (dm\, q) \cos\gamma = \left(\frac{dx \cdot dy \cdot dz}{6}\right) \delta \cdot q \cos\gamma \,.$$

Diese Kräfte sind nun im Gleichgewicht mit den von den anstoßenden Wassermassen auf die Pyramide ausgeübten Reaktionen. Sehen wir von den längs den Seitenflächen der Pyramide wirkenden Reibungswiderständen ab, so bleiben als weitere Kräfte nur die Drücke übrig, welche die vier Seitenflächen der Pyramide von den umgebenden Wassermassen erfahren und die nach § 2 normal zu diesen Seitenflächen gerichtet sind.

Bezeichnet man mit p_x, p_y, p_z die Pressungen (vgl. § 2), welche die Seitenflächen ACD, ADB und ABC erfahren, so sind die Drücke auf diese Flächen bzw.

$$p_x \cdot \triangle ACD = p_x \cdot \frac{dy \cdot dz}{2} \,,$$

$$p_y \cdot \triangle ADB = p_y \cdot \frac{dx \cdot dx}{2} \,,$$

$$p_z \cdot \triangle ABC = p_z \cdot \frac{dx \cdot dy}{2} \,.$$

Bezeichnet ferner $\begin{Bmatrix} \varphi_x \\ \varphi_y \\ \varphi_z \end{Bmatrix}$ den Winkel, den die Normale auf BCD mit den positiven Zweigen der $\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}$-Achse bildet, so stellen diese Winkel auch die Winkel vor, welche die Ebene BCD mit der $\begin{Bmatrix} y\,z \\ z\,x \\ x\,y \end{Bmatrix}$-Ebene macht. Bezeichnet nun p die Pressung (vgl. § 2) auf BCD, so ist der Druck auf $BCD = p \cdot \triangle BCD$, und dessen Achsenkomponenten sind

$$\begin{aligned}
(p \cdot \triangle BCD) \cos\varphi_x &= p \cdot (\triangle BCD \cos\varphi_x) \\
&= p \cdot \triangle ACD = p \cdot \frac{dy\,dz}{2}, \\
(p \cdot \triangle BCD) \cos\varphi_y &= p \cdot (\triangle BCD \cos\varphi_y) \\
&= p \cdot \triangle ADB = p \cdot \frac{dz\,dx}{2}, \\
(p \cdot \triangle BCD) \cos\varphi_z &= p \cdot (\triangle BCD \cos\varphi_z) \\
&= p \cdot \triangle ABC = p \cdot \frac{dx\,dy}{2}.
\end{aligned}$$

Unter Benutzung dieser Werte liefern die drei Gleichgewichtsbedingungen der Achsenkomponenten (vgl. Sammlung Göschen: Statik, Bd. I, § 29)

$$\left\{\begin{aligned}
\left(\frac{dx\,dy\,dz}{6}\right) \delta \cdot q \cos\alpha + p_x \frac{dy\,dz}{2} - p \frac{dy\,dz}{2} = 0 \\
\left(\frac{dx\,dy\,dz}{6}\right) \delta \cdot q \cos\beta + p_y \frac{dz\,dx}{2} - p \frac{dz\,dx}{2} = 0 \\
\left(\frac{dx\,dy\,dz}{6}\right) \delta \cdot q \cos\gamma + p_z \frac{dx\,dy}{2} - p \frac{dx\,dz}{2} = 0
\end{aligned}\right\}$$

oder

$$\left\{\begin{aligned} \frac{dx}{3}\delta\cdot q\cos\alpha + p_x - p = 0 \\ \frac{dy}{3}\delta\cdot q\cos\beta + p_y - p = 0 \\ \frac{dz}{3}\delta\cdot q\cos\gamma + p_z - p = 0 \end{aligned}\right\}.$$

Vernachlässigt man in jeder dieser Gleichungen das erste unendlich kleine Glied gegenüber den endlichen Gliedern, so folgt

$$\underline{p = p_x = p_y = p_z}\,.$$

Hieraus ergibt sich:

Die Pressung p ist unabhängig von den Richtungswinkeln φ_x, φ_y, φ_z des zugehörigen Elements BCD gegen die drei Koordinatenebenen.

Da ferner Lage und Richtung der drei Koordinatenachsen ganz beliebig angenommen waren und bei den unendlich kleinen Dimensionen der Pyramide ohne Fehler die Seite BCD auch als durch A gehend angenommen werden kann, so folgt der Satz:

Die Größe der in einem Punkte A auf ein beliebiges durch A gehendes Flächenelement ausgeübten Pressung ist unabhängig von der Richtung dieses Elements.

§ 5. Eulers Grundgleichung der Hydrostatik.

Ein aus einer im Gleichgewicht sich befindlichen Wassermasse ausgeschnittenes Wasserprisma $ABCD$, $A'B'C'D'$ (Fig. 2), dessen Kanten parallel den drei Koordinatenachsen und gleich den unendlich kleinen Strecken dx, dy, dz sind, bleibt im Gleichgewicht, wenn wir an

seinen sechs Seitenflächen die entsprechenden Wasserdrücke und am Prisma selbst wieder die resultierende Massenkraft anbringen. Sind x, y, z die Koordinaten der Ecke A und p die Pressung in A, so ist die Pressung in $B = p + dp$, und die Drücke auf die parallelen Gegenseiten $AA'D'D$ und $BB'C'C$ ergeben sich zu

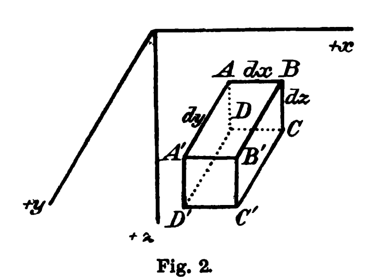


Fig. 2.

$$p(dy\,dz)$$

und

$$(p + dp)\,dy\,dz\,.$$

Die X-Komponente der Massenkraft ist aber, wenn δ die Masse der Volumeneinheit, q die auf die Masseneinheit entfallende Massenkraft und α den Winkel von q mit der $+x$-Achse bezeichnet,

$$(dx\,dy\,dz)\,\delta \cdot q \cos\alpha\,;$$

somit liefert die Gleichgewichtsbedingung $\Sigma X = 0$ (vgl. Sammlung Göschen: Statik I, § 29):

$$p(dy\,dz) - (p + dp)(dy\,dz) + (dx\,dy\,dz)\,\delta \cdot q \cos\alpha = 0$$

oder

$$dp = dx \cdot \delta \cdot q \cos\alpha\,.$$

Betrachtet man nun die Pressung p in A als eine Funktion der Koordinaten von A:

$$p = f(x\,y\,z)\,,$$

so ist nach den Regeln der Differentialrechnung

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz\,.$$

Da nun auf dem Wege von A nach B y und z konstant bleiben, also

$$dy = 0 \quad \text{und} \quad dz = 0$$

ist, so wird die unendlich kleine Änderung der Pressung auf diesem Wege von A nach B

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx .$$

Durch Vergleichung beider Werte von dp folgt:

$$dx \cdot \delta q \cos\alpha = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx$$

oder

$$\delta q \cos\alpha = \frac{\partial p}{\partial x} .$$

Bezeichnet man nun die Achsenkomponenten der auf die Masseneinheit wirkenden Massenkraft q mit X_q, Y_q, Z_q, so daß

$$q \cos\alpha = X_q ,$$
$$q \cos\beta = Y_q ,$$
$$q \cos\gamma = Z_q ,$$

so wird

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \delta \cdot X_q ,$$

analog

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \delta \cdot Y_q ,$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \delta \cdot Z_q ,$$

woraus unter Benutzung des allgemeinen Wertes von dp bei Übergang vom Punkte A zu einem unendlich benachbarten Punkte $(x + dx, y + dy, z + dz)$ folgt:

$$\underline{dp = \delta(X_q\,dx + Y_q\,dy + Z_q\,dz)\,.}$$

Wird das Gewicht der Volumeneinheit mit γ bezeichnet, so ist nach den Sätzen der Dynamik

$$\gamma = \delta \cdot g\,, \qquad \text{also} \qquad \delta = \frac{\gamma}{g}\,,$$

wo g die Erdbeschleunigung ($g = 9{,}81$ m/sec.) bedeutet, somit

$$\underline{dp = \frac{\gamma}{g}(X_q\,dx + Y_q\,dy + Z_q\,dz)} \tag{1}$$

(Eulers Grundgleichung).

§ 6. Niveauflächen und Oberfläche.

Eine Niveaufläche bildet den geometrischen Ort derjenigen Punkte des Wasserkörpers, für welche p von konstantem Werte ist. Eine Niveaufläche ist also charakterisiert durch

$$dp = 0$$

oder

$$\underline{0 = X_q\,dx + Y_q\,dy + Z_q\,dz\,.} \tag{2}$$

Folgerungen.

I. Sind A und A' zwei unendlich nahe gelegene Punkte einer Niveaufläche mit den Koordinaten x, y, z und $x + dx,\ y + dy,\ z + dz$ und der Entfernung ds,

so gilt für die Richtungswinkel λ, μ, ν von AA' mit den Koordinatenachsen:

$$\cos\lambda = \frac{dx}{ds}, \quad \cos\mu = \frac{dy}{ds}, \quad \cos\nu = \frac{dz}{ds}.$$

Aus (2) folgt nun, falls A und A' der Niveaufläche angehören,

$$0 = X_q \cdot \frac{dx}{ds} + Y_q \cdot \frac{dy}{ds} + Z_q \cdot \frac{dz}{ds},$$

oder mit Einführung der Werte von X_q, Y_q und Z_q aus vorigem Paragraph:

$$\begin{aligned} 0 &= q\cos\alpha \cdot \cos\lambda + q\cos\beta \cdot \cos\mu + q\cos\gamma \cdot \cos\nu \\ &= q(\cos\alpha \cdot \cos\lambda + \cos\beta \cdot \cos\mu + \cos\gamma \cdot \cos\nu), \end{aligned}$$

also nach einem Satze der analytischen Geometrie:

$$0 = q\cos(q, ds)$$

oder

$$0 = \cos(q, ds),$$

also

$$\sphericalangle(q, ds) = 90^0,$$

d. h.: In jedem Punkte einer Niveaufläche fällt die Massenkraft in die Richtungslinie der Flächennormalen.

II. Ist die Massenkraft die Schwerkraft, so ist $q = g$ (Erdbeschleunigung). Wählt man die XY-Ebene des Koordinatensystems horizontal, so wird

$$X_q = 0, \quad Y_q = 0, \quad Z_q = g,$$

daher wird die Gleichung einer Niveaufläche gemäß (2)

$$0 = g\,dz,$$

woraus durch Integration

$$g z = \text{konst.},$$

$$z = \frac{\text{konst.}}{g}.$$

Die Niveauflächen sind also horizontale Ebenen, die sich im Werte der Konstanten unterscheiden.

Besitzt die Wassermasse eine freie Oberfläche, auf welcher die Atmosphäre mit der für jedes Element derselben konstanten Pressung p_0 lastet, so ist die Oberfläche ebenfalls eine Niveaufläche (nach Definition).

Aus beiden vorstehenden Sätzen folgt:

Die freie Oberfläche einer im ruhenden Zustande befindlichen Wassermasse ist eine horizontale Ebene. In allen Punkten gleicher Tiefe unter dem Spiegel herrscht dieselbe Pressung.

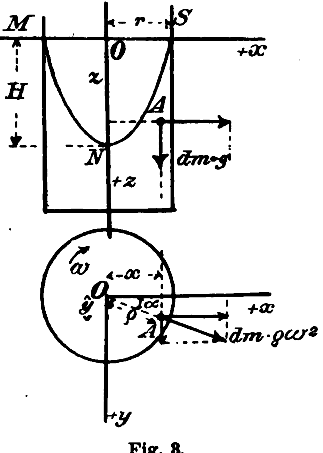


Fig. 3.

Beispiel für relatives Gleichgewicht.

Ein zylindrisches Gefäß (Fig. 3), das Wasser enthalte, dreht sich mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω um seine vertikale Achse. Nach Eintritt des Beharrungszustandes betrachten wir das in einem beliebigen Punkte A befindliche unendlich kleine Wasserteilchen von der Masse dm und den

Koordinaten x, y, z. Die xy-Ebene des Koordinatensystems liege horizontal und gehe durch die Punkte höchster Erhebung, die z-Achse falle mit der Gefäßachse zusammen (0 Koordinatenursprung).

Auf dieses Teilchen wirken als Massenkräfte sein Gewicht $dm \cdot g$ (vgl. Dynamik) und die Zentrifugalkraft $dm\,\varrho\,\omega^2$ (vgl. Dynamik), die in der durch A gehenden Horizontalebene in der Richtung des Radius $OA = \varrho$ wirkt. Die Achsenkomponenten der Resultanten beider Kräfte sind gleich den algebraischen Summen der gleichnamigen Komponenten beider Kräfte, also bzw.

$$0 + dm\,\varrho\,\omega^2 \cdot \cos\alpha = \omega^2(dm\,\varrho\cos\alpha) = \omega^2\,dm\,x\,,$$

$$0 + dm\,\varrho\,\omega^2 \cdot \sin\alpha = \omega^2(dm\,\varrho\sin\alpha) = \omega^2\,dm\,y\,,$$

$$dm \cdot g + 0 = dm\,g\,,$$

somit die Achsenkomponenten der auf die Masseneinheit des Teilchens entfallenden resultierenden Massenkraft

$$X_q = \omega^2 x\,, \quad Y_q = \omega^2 y\,, \quad Z_q = g\,,$$

somit wird die Gleichung einer Niveaufläche unter Benutzung von Gleichung (2) in § 6:

$$0 = \omega^2 x\,dx + \omega^2 y\,dy + g\,dz$$

und durch Integration

$$c = \omega^2 \cdot \frac{x^2 + y^2}{2} + g z\,,$$

$$c = \frac{\omega^2 \cdot \varrho^2}{2} + g z\,,$$

wo c die Integrationskonstante bedeutet. Dies ist die Gleichung der Meridiankurve einer Niveaufläche. Sie stellt eine Parabel dar, deren Scheitel in der z-Achse liegt.

Die Niveauflächen bilden also eine Schar von Drehungsparaboloiden, deren Achse die z-Achse ist und die sich im Werte der Konstanten c unterscheiden.

Ruht auf der freien trichterförmigen Oberfläche MNS die Pressung der Atmosphäre, so daß für jedes Teilchen derselben die Pressung konstant $= p_0$ ist (Pressung der Atmosphäre), so ist auch die Oberfläche eine Niveaufläche.

Die Oberfläche bildet also ein Rotationsparaboloid.

Ist für den Punkt tiefster Einsenkung (Scheitel N) $z = H$ und für die Punkte höchster Erhebung $\varrho = r$, so folgt für den Scheitel ($\varrho = 0$)

$$c = g\,H$$

und für die Punkte höchster Erhebung ($z = 0$)

$$c = \frac{\omega^2 r^2}{2},$$

woraus durch Gleichsetzung beider Werte von c

$$\frac{\omega^2 r^2}{2} = g\,H,$$

$$\omega^2 = \frac{2\,g\,H}{r^2}. \tag{3}$$

Von dieser Formel macht man in der Technik Gebrauch zum Zweck der Ermittelung der Umdrehungsgeschwindigkeit rasch sich drehender Wellen. Denkt man sich das einschließende Gefäß als engen Glaszylinder, der durch geeignete Übersetzung mit der Welle verbunden ist und dessen Oberfläche eine Skala zur Ermittelung der größten Einsenkung H trägt, so läßt sich nach Messung von H aus der vorstehenden Formel die Umdrehungsgeschwindig-

keit ω des Gefäßes und hieraus mittels des Übersetzungsverhältnisses auch die Umdrehungsgeschwindigkeit der Welle ermitteln. (Geschwindigkeitsmesser oder Gyrometer von Weiß, Reulaux, Braun u. a.)

§ 7. Größe der hydrostatischen Pressung p bei freier Oberfläche.

Die xy-Ebene falle in die Ebene des horizontalen Wasserspiegels (Fig. 4). Auf ein Massenteilchen in der Tiefe z unter dem Spiegel wirkt als Massenkraft nur sein Gewicht $dm \cdot g$. Dessen Achsenkomponenten pro Masseneinheit sind

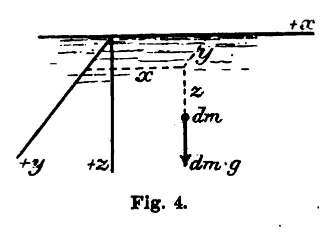


Fig. 4.

$$X_q = 0\,,$$
$$Y_q = 0\,,$$
$$Z_q = g\,,$$

somit nach der Gleichung von Euler [§ 5, Gleichung (1)]

$$dp = \frac{\gamma}{g} \cdot g\,dz = \gamma\,dz\,,$$

woraus durch Integration

$$p = \gamma z + \text{konst.}$$

Da für $z = 0$ die Pressung $p =$ der Atmosphärenpressung p_0 ist, so bestimmt sich

$$\text{konst.} = p_0\,,$$

somit

$$(4) \qquad \underline{p = p_0 + \gamma z}$$

(γ Gewicht der Kubikeinheit Wasser = 1000 kg/cbm, p_0 = 1,033 kg/qcm).

Folgerungen.

Aus Gleichung (4) folgt:

1. Die Pressung p nimmt mit zunehmender Tiefe zu.

2. Eine auf die Oberfläche ausgeübte Pressung p_0 pflanzt sich in gleicher Stärke durch die ganze Flüssigkeit hindurch fort.

3. Die Gestalt der einschließenden Wände ist ohne Einfluß auf die Größe der Pressung.

4. Kommunizierende Gefäße. Läge ein Teilchen A in der Tiefe z unter dem Wasserspiegel des einen Gefäßes und gleichzeitig in der Tiefe z' unter dem Spiegel des andern, so wäre die Pressung in A sowohl

$$p = p_0 + \gamma z,$$

als auch

$$p = p_0 + \gamma z',$$

woraus

$$z = z',$$

d. h.: In kommunizierenden Gefäßen liegt im Zustand des Gleichgewichts der Wasserspiegel in derselben Horizontalebene.

5. Eine luftleere, am einen Ende geschlossene Röhre von beliebigem Querschnitt werde mit dem offenen Ende in die Tiefe z einer ruhenden Wassermasse gebracht. Wir beobachten dann ein Aufsteigen des Wassers in der Röhre bis zu einer gewissen Höhe H_0 über dem Spiegel des ruhenden Wassers. Ein Teilchen an der Öffnung steht dann sowohl unter dem Drucke der äußeren Wassermasse, als auch unter dem Drucke des in der luftleeren Röhre befindlichen Wassers, somit hat man für die Pressung an dieser Öffnung sowohl

$$p = p_0 + \gamma z,$$

als auch

$$p = \gamma(z + H_0),$$

woraus durch Gleichsetzung beider Werte von p

$$\gamma H_0 = p_0,$$

$$(5) \qquad \underline{H_0 = \frac{p_0}{\gamma}} = \frac{10330}{1000} = 10,33 \text{ m},$$

d. h.: Die Atmosphärenpressung ist imstande, einer Wassersäule von $H_0 = 10,33$ m das Gleichgewicht zu halten.

Anmerkungen.

1. Man nennt p die hydrostatische Pressung in der Tiefe z und H_0 die Pressungshöhe der Atmosphäre.

2. Analog nennt man $\frac{p}{\gamma}$ die der Pressung p zugehörige Pressungshöhe, d. h. die Pressung p ist imstande, einer in einer luftleeren Röhre befindlichen Wassersäule von dieser Höhe das Gleichgewicht zu halten.

§ 8. Hydraulische Presse.

Wir setzen die Einrichtung und den Gebrauch dieser Maschine als bekannt voraus. Ihre Wirkungsweise beruht auf dem Satze, daß eine auf die Oberfläche einer ruhenden Flüssigkeit ausgeübte Pressung p_0' sich in gleicher Stärke durch die ganze Flüssigkeit fortpflanzt (vgl. § 7, Folg. 2).

Die Pressung p_0' wird ausgeübt durch den Druckkolben a (Fig. 5), dessen Querschnitt $= f$ sei und welcher

nach unten mit der Kraft P mittels eines Hebels H gedrückt wird, so daß

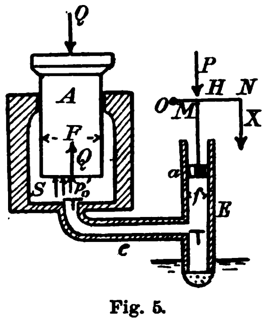


Fig. 5.

$$p_0' = \frac{P}{f}.$$

Diese Pressung ist dann nach obigem Satze an jeder Stelle der den Verbindungskanal e und die beiden Zylinder E und S bis zu den Kolben füllenden Wassermasse vorhanden, also übt das Wasser auf die untere Fläche des Preßkolbens A vom Flächeninhalt F einen vertikal nach oben gerichteten Druck

$$Q = F \cdot p_0' = F \cdot \frac{P}{f}$$

$$= \frac{F}{f} \cdot P$$

aus, so daß

$$\text{(6)} \qquad \frac{Q}{P} = \frac{F}{f}.$$

Bei kreisförmigem Querschnitt beider Kolben wird (Durchmesser $= D$ bzw. d)

$$F = \frac{\pi D^2}{4} \quad \text{und} \quad f = \frac{\pi d^2}{4},$$

daher

$$\text{(6')} \qquad \frac{Q}{P} = \frac{D^2}{d^2},$$

oder die Last, welche mittels des Preßkolbens gehoben werden kann, ergibt sich zu

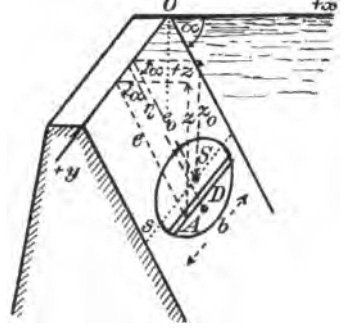
$$(6'') \qquad Q = \frac{D^2}{d^2} \cdot P .$$

Anmerkung. Um das Verhältnis $\frac{Q}{P}$ möglichst günstig zu gestalten, d. h. um bei gegebenem P ein möglichst großes Q zu erhalten, hat man demnach D sehr groß gegenüber d zu wählen.

§ 9. Hydrostatischer Druck auf ebene Gefäßwände.

a) Größe des Druckes.

In einer um den Winkel α gegen den horizontalen Wasserspiegel geneigten ebenen Wand (Fig. 6) befinde sich eine geschlossene Figur vom Inhalte F. Die Schnittlinie ihrer Ebene mit dem Spiegel bilde die y-Achse eines räumlichen rechtwinkligen Koordinatensystems, dessen xy-Ebene in die Ebene des Spiegels falle. Dann ist für irgend einen Punkt A von F, der in der Tiefe z liege, die Pressung



$$p = p_0 + \gamma z .$$

Fig. 6.

Da in den meisten praktischen Fällen die gedrückte Wand von der anderen Seite ebenfalls dem Atmosphärendruck ausgesetzt ist, wodurch bei der statischen Wirkung des

Wasserdruckes auf die Wand die Wirkung von p_0 sich aufhebt, so läßt sich für jede Stelle von F setzen

$$p = \gamma z .$$

Daher wird der (einseitige) Wasserdruck auf ein in A befindliches Element dF der Figur F

$$dP = p\,dF = \gamma z\,dF = \gamma e \sin\alpha \cdot dF$$

(e Abstand des Elementes A von der y-Achse),

also der Druck auf die ganze Fläche F

$$P = \Sigma dP = \Sigma \gamma e \sin\alpha \cdot dF$$
$$= \gamma \sin\alpha\, \Sigma e\,dF ,$$

wo das Summenzeichen sich über alle Elemente von F erstreckt. Nun ist (Sammlung Göschen: Statik I, § 38) $e\,dF$ das Moment von dF in Beziehung auf die y-Achse, somit stellt $\Sigma e\,dF$ das Moment der ganzen Fläche F in Beziehung auf diese Achse vor. Daher ist, wenn e_0 den Abstand des Flächenschwerpunktes S der Figur F von der y-Achse bezeichnet,

$$\Sigma e\,dF = F \cdot e_0 ,$$

also

$$P = \gamma \cdot \sin\alpha \cdot F e_0$$

oder

$$P = \gamma F z_0 , \tag{7}$$

wo z_0 die vertikale Tiefe des Schwerpunktes S der Figur F unter dem Spiegel bedeutet.

Daher der Satz:

I. Der hydrostatische Druck auf eine ebene Figur vom Inhalte F ist gleich dem Gewichte einer Wassersäule, deren Grundfläche die ge-

drückte Fläche F und deren Höhe die Tiefe ihres Flächenschwerpunktes unter dem Spiegel ist.

b) Richtung des Druckes.

Da dP normal auf dF steht, ist auch die Resultante P aller dP normal zur Ebene der Figur F.

c) Angriffspunkt des Druckes (Druckmittelpunkt).

Aus F (Fig. 6) sei parallel zur y-Achse ein durch A gehender Streifen von der unendlich kleinen Breite de ausgeschnitten, dessen sämtliche Elemente dieselbe Tiefe z unter dem Spiegel haben. Der Schwerpunkt dieses Streifens liegt dann ebenfalls in der Tiefe z unter dem Spiegel.

Dann ist nach a) der Druck dP auf diesen Streifen, der die Breite b (parallel zur y-Achse gemessen) haben möge:

$$dP = \gamma \cdot (b\,de)\,z = \gamma \cdot (b\,de)\,e \sin\alpha\ .$$

Daher wird das statische Moment von dP in Beziehung auf die y-Achse

$$dM_1 = dP \cdot e = \gamma\,e^2 \sin\alpha\,b\,de$$

und die Summe der diesbezüglichen Momente für alle Flächenstreifen, in die sich F parallel zur y-Achse zerlegen läßt,

$$M_1 = \Sigma\,\gamma\,e^2 \sin\alpha\,b\,de = \gamma \sin\alpha\,\Sigma(b\,de) \cdot e^2\,.$$

Nun ist aber (vgl. Sammlung Göschen: Festigkeitslehre, § 5) $\Sigma(b\,de)\,e^2$ das Trägheitsmoment J von F in Beziehung auf die y-Achse, somit wird

$$M_1 = \gamma \sin\alpha \cdot J_F^{y\text{-Achse}}\,.$$

Nun ist andererseits die Summe der Momente aller dP gleich dem Moment ihrer Resultanten P um dieselbe Achse. Bezeichnet daher η den Abstand des Angriffspunktes D des Druckes P von der y-Achse, so ist auch

$$M_1 = P \cdot \eta = \gamma \cdot \sin\alpha \cdot F e_0 \cdot \eta = \gamma \sin\alpha \cdot M_F^{y\text{-Achse}} \cdot \eta ,$$

wo $M_F^{y\text{-Achse}} = F e_0$ das Flächenmoment von F in Beziehung auf die y-Achse bedeutet. Durch Gleichsetzung beider Werte von M_1 folgt:

$$\eta = \frac{J_F^{y\text{-Achse}}}{M_F^{y\text{-Achse}}} . \tag{8}$$

Hieraus der Satz:

II. Der senkrechte Abstand η des Angriffspunktes D des auf eine geschlossene ebene Figur ausgeübten (einseitigen) Wasserdruckes (Druckmittelpunktes) von der Spurlinie, den ihre Ebene mit dem Wasserspiegel bildet, ist gleich dem Quotienten aus Trägheitsmoment und Flächenmoment der Figur in Beziehung auf diese Spurlinie.

Anmerkung. Hat F eine Symmetralachse, die senkrecht zur y-Achse steht, so liegt der Druckmittelpunkt in dieser Achse.

Folgerungen.

1. Zieht man durch den Schwerpunkt S von F die Parallele s (Fig. 6) zur y-Achse, so ist nach einem Satze über das Trägheitsmoment ebener Figuren (Sammlung Göschen: Festigkeitslehre, § 6)

$$J_F^{y\text{-Achse}} = J_F^s + F e_0^2 ,$$

wo J_F^s das Trägheitsmoment von F in Beziehung auf Achse s bedeutet. Daher wird

$$(8') \quad \eta = \frac{J_F^{y\text{-Achse}}}{M_F^{y\text{-Achse}}} = \frac{J_F^s + F e_0^2}{F e_0} = \frac{J_F^s}{F e_0} + e_0 \,,$$

d. h.: Der Druckmittelpunkt liegt tiefer als der Schwerpunkt der gedrückten Fläche.

Rückt F in immer größere Tiefe, so nimmt mit wachsendem e_0 der Quotient $\frac{J_F^s}{F e_0}$ immer mehr ab, und der Druckmittelpunkt nähert sich immer mehr dem Schwerpunkte. In ∞ großer Tiefe ($e_0 = \infty$) wird dieser Quotient $= 0$, somit $\eta - e_0 = 0$, d. h.: Beide Punkte fallen bei ∞ großer Tiefe von F zusammen.

2. Ist die Ebene von F horizontal ($\alpha = 0$), so liegt ihre Spurlinie mit dem Wasserspiegel im Unendlichen, also $e_0 = \infty$. Der Quotient $\frac{J_F^s}{F e_0}$ wird somit $= 0$, also wieder $\eta - e_0 = 0$, d. h. der Druckmittelpunkt fällt mit dem Schwerpunkte von F zusammen.

3. Bodendruck. Bildet F den horizontalen Boden eines Gefäßes, dessen Spiegel den vertikalen Abstand x_0 von F hat, so ist nach Satz I der Wasserdruck auf F

$$P = \gamma F x_0 = \gamma (F x_0) \,,$$

d. h. gleich dem Gewicht einer vertikalen, über F als Grundfläche lastenden Wassersäule von der Höhe x_0. Da diese Wassersäule bei nach innen geneigten Wandungen des Gefäßes in Wirklichkeit nicht vorhanden ist, so bezeichnet man diesen Fall als hydrostatisches Paradoxon.

Spezielle Fälle.

Hydrostatischer Druck auf eine rechteckige Seitenwand.

a) Die Wand bilde mit dem Spiegel den $\sphericalangle \alpha$ (Fig. 7).

Horizontale Breite $= b$.

Schräge Länge $= l$, $e_0 = \frac{l}{2}$.

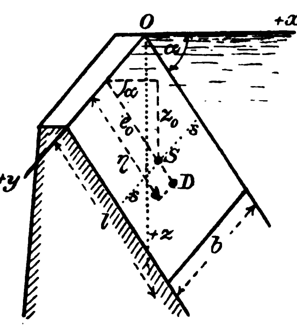


Fig. 7.

Nach vorigem Paragraphen ist

$$\underline{P} = \gamma \cdot F z_0 = \gamma \cdot (b\,l) \cdot \frac{l}{2} \sin\alpha = \underline{\gamma \cdot \frac{b\,l^2}{2} \sin\alpha},$$

$$\underline{\eta} = \frac{J_F^{y\text{-Achse}}}{M_F^{y\text{-Achse}}} = \frac{\frac{1}{12} b\,l^3 + b\,l \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^2}{b\,l \cdot \frac{l}{2}} = \underline{\frac{2}{3}\,l}$$

[gemäß Gleichung (8')].

b) Die Wand sei vertikal (Fig. 8).

$$\alpha = 90^0.$$

$$P = \gamma \cdot \frac{b\,l^2}{2},$$

$$\eta = \tfrac{2}{3}\,l.$$

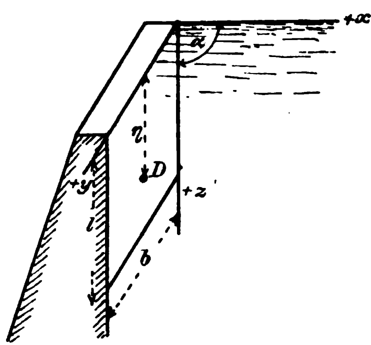


Fig. 8.

In beiden Fällen greift der Wasserdruck P in einem Abstande $= \frac{2}{3}$ der benetzten Länge l von der Spurlinie an, welche die Fläche mit dem W-Spiegel bildet. Der Druckmittelpunkt liegt in der nicht horizontalen Symmetrieachse der Wand. P ist normal zur Wandfläche gerichtet und wächst mit dem Quadrat der benetzten Länge.

§ 10. Beispiele für den hydrostatischen Druck auf ebene Gefäßwände.

1. Das in Fig. 9 dargestellte Mauerprofil bilde die Seitenwand eines Reservoirs. Es werde aus ihr durch vertikale Ebenen, die senkrecht zur Längsrichtung der Mauer stehen,

ein Stück von 1 m Länge ausgeschnitten. Gesucht die Wasserdrücke P_1 und P_2 auf die Teilflächen BC_0 und C_0C_1 des benetzten Profils nach Größe, Angriffspunkt und Richtungslinie für das ausgeschnittene Mauerstück.

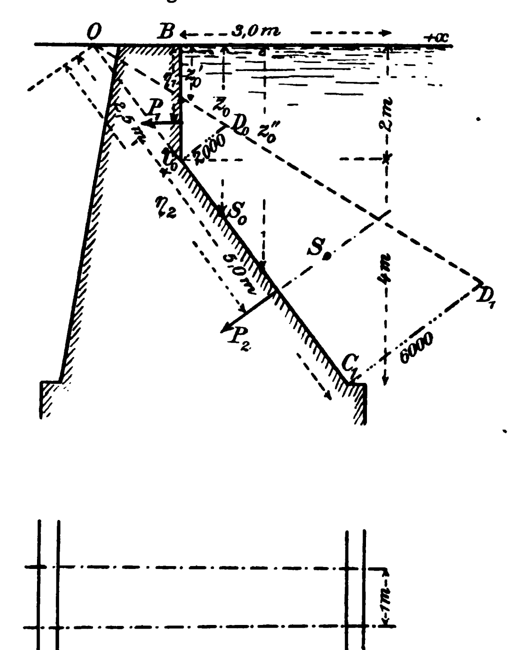


Fig. 9.

Auflösung.

a) Druck P_1 auf BC_0:

$$P_1 = \gamma \cdot F_1 \cdot z_0' \quad \text{(Satz I, § 9)}$$

$$= 1000 \cdot (2 \cdot 1) \cdot 1 = 2000 \text{ kg.}$$

Angriffspunkt von P_1:

$$\eta_1 = \tfrac{2}{3} BC_0 = \tfrac{2}{3} \cdot 2 = 1{,}33 \text{ m} \qquad (\text{§ 9, Spezielle Fälle}).$$

Richtungslinie von P_1 normal zu BC_0.

b) Druck P_2 auf $C_0 C_1$:

$$P_2 = \gamma \cdot F_2 \cdot z_0''$$
$$= 1000 \cdot (5 \cdot 1) \cdot 4 = 20000 \text{ kg}.$$

Angriffspunkt von P_2:

$$\eta_2 = \frac{J_F^s}{F e_0''} + e_0''$$

$$= \frac{\frac{1}{12} \cdot 1 \cdot 5^3}{(5 \cdot 1)(2{,}5 + 2{,}5)} + 5 = 5{,}42 \text{ m}.$$

[§ 9, Gleichung (8′); e_0'' Abstand des Schwerpunktes der Fläche $C_0 C_1$ von der durch O gehenden Spurlinie von $C_0 C_1$ mit dem Spiegel; über den Wert von J_F^s vgl. Sammlung Göschen: Festigkeitslehre, § 7.]

Richtungslinie von P_2 normal zu $C_0 C_1$.

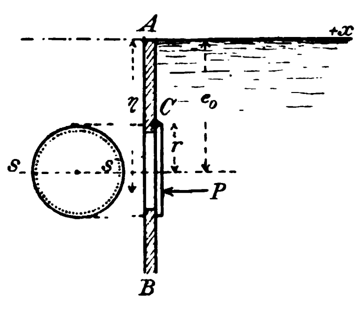


Fig. 10.

2. In der vertikalen Schützenwand AB (Fig. 10) befinde sich eine kreisrunde Öffnung mit gegebener Tiefe e_0 ihres Mittelpunktes, die durch eine um C drehbare Klappe von gegebenem Radius r geschlossen werden kann. Welchen Wasserdruck P erfährt die Klappe und wo greift dieser an?

Auflösung.

a) $$P = \gamma \cdot (r^2 \pi) \cdot e_0 \quad \text{(Satz I, § 9).}$$

Angriffspunkt von P:

b) $$\eta = \frac{J_F^s}{F e_0} + e_0 \quad \text{[§ 9, Gleichung (8')]}$$

$$= \frac{\frac{\pi r^4}{4}}{(\pi r^2) e_0} + e_0 = \frac{r^2}{4 e_0} + e_0 .$$

(J_F^s vgl. Sammlung Göschen: Festigkeitslehre, § 7.)

c) P ist normal zur Klappe gerichtet.

§ 11. Graphische Ermittlung von P und η bei ebener rechteckiger Seitenwand.

Der hydrostatische Druck auf eine rechteckige Wandfläche, die bis zum Wasserspiegel reicht, von der horizontalen Breite b und der schrägen Länge $\begin{Bmatrix} O C_0 = l_0 \\ O C_1 = l_1 \end{Bmatrix}$ (Fig. 11) sei $\begin{Bmatrix} P_0 \\ P_1 \end{Bmatrix}$, dann ist

$$P_0 = \gamma \cdot \frac{b\, l_0^2}{2} \sin\alpha \quad \text{(vgl. § 9, Spezielle Fälle),}$$

$$P_1 = \gamma \cdot \frac{b\, l_1^2}{2} \sin\alpha \quad \text{(vgl. § 9, Spezielle Fälle).}$$

Errichtet man nun in C_1 senkrecht zu $O C_1$ in beliebigem Maßstabe die Ordinate $C_1 D_1$ von solcher Länge, daß die Anzahl der Flächeneinheiten des Dreiecks $O C_1 D_1$ = der Anzahl der Krafteinheiten von P_1 wird, so daß also

$$\frac{l_1 \cdot C_1 D_1}{2} = \gamma \cdot \frac{b\, l_1^2}{2} \sin\alpha$$

oder

$$CD_1 = \gamma \cdot b\, l_1 \sin\alpha ,$$

und verfährt analog mit der Ordinate $C_0 D_0$ hinsichtlich des Druckes P_0 auf $O C_0$, indem man

$$C_0 D_0 = \gamma \cdot b\, l_0 \sin\alpha$$

macht, so folgt

$$C_1 D_1 : C_0 D_0 = l_1 : l_0 ,$$

d. h. die drei Punkte O, D_0, D_1 liegen in einer Geraden.

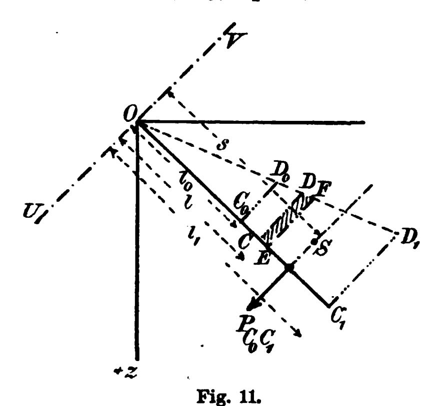


Fig. 11.

Bezeichnet nun $P_{C_0 C_1}$ den Wasserdruck auf $C_0 C_1$, so ist

$$P_0 + P_{C_0 C_1} = P_1 ,$$
$$P_{C_0 C_1} = P_1 - P_0$$
$$= \text{Trapez } D_0 C_0 C_1 D_1 ,$$

d. h.: Der hydrostatische Druck auf eine (rechteckige) Teilfläche $C_0 C_1$ einer ebenen rechteckigen Seitenwand $O C_1$ von gleicher Breite ist gleich dem Inhalt der ihr entsprechenden Teilfläche $D_0 C_0 C_1 D_1$ der Druckverteilungsfigur $O C_1 D_1$ der Wand.

Nach diesem Satze ist der Druck dP auf ein Flächenelement CE von gleicher horizontaler Breite b und der Länge $CE = dl$ im Abstand $OC = l$ gleich dem Inhalt des unendlich schmalen schraffierten Trapezes $DCEF$, daher wird das statische Moment von dP in Beziehung auf O

$dM = dP \cdot l =$ Trapez $DCEF \cdot l$

$=$ Flächenmoment von $DCEF$ in Beziehung auf die durch O gehende Spurlinie der Wand OC_1 mit dem Wasserspiegel. (In die Zeichenebene um OC_1 umgeklappt erscheint diese Spurlinie als Lot UV in O auf OC_1.)

Daher wird die Summe aller dM der Teilfläche $C_0C_1D_1D_0$ gleich dem Flächenmoment des Trapezes $D_0C_0C_1D_1$ in Beziehung auf diese Spurlinie, also

$$M = \Sigma\, dM = D_0C_0C_1D_1 \cdot s\,,$$

wo s den Abstand des Schwerpunktes S dieses Trapezes von der Spurlinie UV bedeutet.

Nun ist M andererseits auch gleich dem statischen Moment der Resultanten $P_{C_0C_1}$ aller dP, also, wenn η den Abstand des Druckmittelpunktes von der Spurlinie bezeichnet,

$$M = P_{C_0C_1} \cdot \eta = D_0C_0C_1D_1 \cdot \eta\,,$$

woraus durch Gleichsetzung beider Werte von M sich ergibt:

$$\eta = s\,,$$

d. h.: Die Wirkungslinie des hydrostatischen Druckes auf eine (rechteckige) Teilfläche C_0C_1 einer ebenen rechteckigen Seitenwand OC_1 von

gleicher horizontaler Breite geht durch den Schwerpunkt S der ihr entsprechenden Teilfläche $D_0 C_0 C_1 D_1$ der Druckverteilungsfigur $O C_1 D_1$ der Wand.

Beispiel.

Gesucht Größe und Wirkungslinie des Wasserdruckes auf die Teilfläche $C_0 C_1$ des in Fig. 9 dargestellten Mauerprofils für die Mauerlänge = 1 m.

Auflösung.

Man verlängere $C_0 C_1$ bis zum Schnitt O mit dem Wasserspiegel. Ist nun $O C_1 = 7{,}5$ m und die Tiefe des Schwerpunktes S_0 der rechteckigen Wandfläche $O C_1$ (horizontale Breite $b = 1$ m) $z_0 = \frac{6}{2} = 3$ m, so wird der Druck auf $O C_1$ nach § 9, Satz I:

$$P_1 = 1000 \cdot (1 \cdot 7{,}5) \cdot 3 = 22500 \text{ kg}.$$

Trägt man in C_1 senkrecht zu $O C_1$ die Strecke $C_1 D_1$ in beliebigem Maßstabe gleich so vielen Längeneinheiten ab, daß

$$\triangle\, O C_1 D_1 = P_1 \,,$$

also

$$\frac{7{,}5 \cdot C_1 D_1}{2} = 22500 \,,$$

$$C_1 D_1 = 6000 \,,$$

zieht $O D_1$ und in C_0 senkrecht zu $O C_0$ die Ordinate $C_0 D_0$, so findet man mittels Abgreifens am Ordinatenmaßstab die Ordinate

$$C_0 D_0 = 2000 \,.$$

Daher wird der Druck auf die Teilfläche $C_0 C_1$

$$P_{C_0 C_1} = \text{Trapez } D_0 C_0 C_1 D_1 = \frac{6000 + 2000}{2} \cdot 5 = 20000 \text{ kg}.$$

Die Wirkungslinie von P geht durch den graphisch leicht zu ermittelnden Schwerpunkt S dieses Trapezes (vgl. Sammlung Göschen: Statik I, § 42) und ist senkrecht zu $C_0 C_1$.

§ 12. Hydrostatischer Druck auf gekrümmte Gefäßwände.

a) Größe des Druckes.

In Fig. 12 sind UV, VW, WU die Spurlinien einer beliebigen Fläche mit den drei Ebenen eines räumlichen rechtwinkligen Koordinatensystems, dessen xy-Ebene in der Ebene des Wasserspiegels liege. Ist die Fläche einseitigem Wasserdruck ausgesetzt, so ist die Pressung p auf die Fläche in einem Flächenpunkte in der Tiefe z:

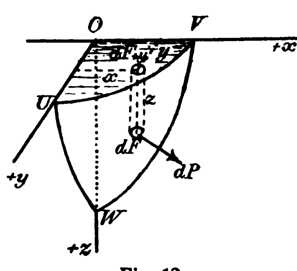


Fig. 12.

$$p = \gamma z ,$$

somit der Druck des Wassers auf ein Element dF der Fläche in diesem Punkte

$$dP = \gamma \cdot dF \cdot z .$$

Sind λ, μ, ν die Richtungswinkel dieses zu dF normalen Druckes gegen die positiven Zweige der Koordinatenachsen, so sind die Achsenkomponenten von dP

$$dP_x = dP \cos\lambda = \gamma \cdot dF \cdot z \cdot \cos\lambda = \gamma z (dF \cos\lambda) ,$$

$$dP_y = dP \cos\mu = \gamma \cdot dF \cdot z \cdot \cos\mu = \gamma z (dF \cos\mu) ,$$

$$dP_z = dP \cos\nu = \gamma \cdot dF \cdot z \cdot \cos\nu = \gamma z (dF \cos\nu) .$$

Da nun $\left\{\begin{matrix}\lambda\\ \mu\\ \nu\end{matrix}\right\}$ auch gleich dem Winkel ist, den das Flächenelement dF mit der $\left\{\begin{matrix}y\,z\\ z\,x\\ x\,y\end{matrix}\right\}$-Ebene bildet, so sind die Werte in den Klammern gleich den Projektionen von dF auf die

drei Koordinatenebenen. Bezeichnet man diese mit dF_{yz}, dF_{zx} und dF_{xy}, so folgt:

$$dP_x = \gamma z \, dF_{yz},$$
$$dP_y = \gamma z \, dF_{zx},$$
$$dP_z = \gamma z \, dF_{xy}.$$

Nun stellen in den beiden ersten dieser Gleichungen die rechten Seiten die Wasserdrücke auf die $\begin{Bmatrix} y\,z \\ z\,x \end{Bmatrix}$-Projektionen des Elements dF vor (§ 9, Satz I); die rechte Seite der dritten Gleichung gibt das Gewicht einer Wassersäule an, deren Grundfläche die Projektion von dF auf den Wasserspiegel und deren Höhe die Tiefe z des Elements dF unter dem Spiegel ist.

Da dieses Ergebnis für sämtliche Elemente der gegebenen Fläche gilt, so folgt für die Achsenkomponenten des Druckes auf die gesamte Fläche:

I. Die $\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}$-Komponente $\begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \end{Bmatrix}$ des Wasserdruckes auf eine beliebige Fläche ist gleich dem Wasserdruck auf die $\begin{Bmatrix} y\,z \\ z\,x \end{Bmatrix}$-Projektion der Fläche.

II. Die z-Komponente P_z des Wasserdruckes auf eine beliebige Fläche ist gleich dem Gewicht einer (vertikalen) Wassersäule, welche die Projektion der Fläche auf den Spiegel zur Grundfläche und die Fläche zur gegenüberliegenden Begrenzung hat.

Anmerkung 1. Da die Richtung einer der horizontalen Koordinatenachsen sich beliebig wählen läßt, so läßt sich Satz I auch ausdrücken:

Die auf eine beliebige Horizontale bezogene Komponente des Wasserdruckes auf eine ge-

gebene Fläche ist gleich dem Wasserdruck, den die auf eine zu dieser Horizontalen senkrechte Ebene gebildete Projektion der Fläche erleiden würde.

Anmerkung 2. Läßt sich der Fläche ein Berührungszylinder (allgemeiner Zylinder) umbeschreiben, dessen Mantellinien Projektionslote auf eine Koordinatenebene bilden, so wird die Fläche durch die Berührungskurve von Zylinder und Fläche in zwei Teile zerlegt. Die Projektionen beider Teile sind dann mit entgegengesetzten Vorzeichen einzuführen.

b) Angriffspunkte der Achsenkomponenten des hydrostatischen Druckes (Druckmittelpunkte).

Nach Vorigem ist die $\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}$-Komponente $\begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \end{Bmatrix}$ des Wasserdruckes auf die ganze Fläche die Resultante aller $\begin{Bmatrix} dP_x \\ dP_y \end{Bmatrix}$. Daher geht $\begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \end{Bmatrix}$ durch den Druckmittelpunkt der $\begin{Bmatrix} y\,z \\ z\,x \end{Bmatrix}$-Projektion der Fläche. Hieraus folgt der Satz:

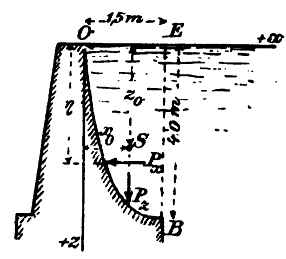
Die $\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}$-Komponente $\begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \end{Bmatrix}$ des Wasserdruckes auf eine beliebige Fläche geht durch den Druckmittelpunkt der $\begin{Bmatrix} y\,z \\ z\,x \end{Bmatrix}$-Projektion der Fläche.

Nach Vorigem ist die z-Komponente P_z des Wasserdruckes auf die ganze Fläche die Resultante aller dP_z. Daher der Satz:

Die z-Komponente P_z des Wasserdruckes auf eine beliebige Fläche geht durch den Schwerpunkt der in a, Satz II näher bezeichneten Wassersäule, deren Gewicht gleich P_z ist.

§ 13. Beispiel für den hydrostatischen Druck auf gekrümmte Gefäßwände.

Gesucht die Achsenkomponenten des Wasserdruckes auf das parabolisch gekrümmte Profil *OB* einer Mauer von der Länge = 10 m nach Größe und Wirkungslinie (Fig. 13). *B* Scheitel der Parabel.



Auflösung.

Die rechteckigen Projektionen von *F* auf die *yz*- und *xz*-Ebene sind:

$F_{yz} = 10 \cdot 4 = 40$ qm,

$F_{zx} = 0$,

somit

$P_x = 1000 \cdot F_{yz} \cdot \frac{4}{2}$ (Satz I, § 9)

$= 1000 \cdot 40 \cdot 2$

$= 80000$ kg,

$P_y = 0$.

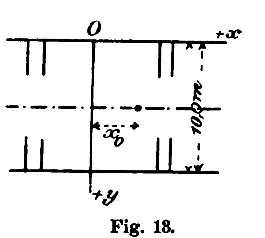


Fig. 13.

Ferner ist P_z = dem Gewicht der über der Fläche lastenden Wassersäule *OBE* (Länge = 10 m)

= (Parabelsegment *OBE*) $10 \cdot 1000$

$= (\frac{2}{3} \cdot 1{,}5 \cdot 4) \cdot 10 \cdot 1000 = 40000$ kg.

Angriffspunkt des Druckes P_x auf F_{yz} (vgl. § 9, Spezielle Fälle):

$\eta = \frac{2}{3} \cdot 4 = 2{,}67$ m (Druckmittelpunkt von F_{yz}).

Angriffspunkt von P_z:

P_z geht durch den Schwerpunkt S der über der Fläche lastenden Wassersäule OBE (Länge = 10 m). Dieser liegt in der vertikalen Mittelebene mit den Koordinaten

$$x_0 = \tfrac{3}{8}\,OE = 0{,}94 \text{ m}, \quad z_0 = \tfrac{2}{5}\,BE = 1{,}6 \text{ m}.$$

(Schwerpunkt des Parabelsegmentes OBE.)

§ 14. Unter- und eingetauchte Körper. Satz vom Auftrieb. Schwimmende Körper.

Ist ein Körper von beliebiger Oberfläche ganz oder teilweise in Wasser getaucht, so ist die gesamte Projektion der benetzten Oberfläche auf jede der beiden vertikalen Koordinatenebenen (nach § 12 a, Anm. 2) je gleich 0. Daher folgt:

I. Die $\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}$-Komponente des Wasserdruckes auf die Oberfläche eines ganz oder teilweise in Wasser getauchten Körpers ist gleich 0, d. h. eine Tendenz zu einer horizontalen Verschiebung des Körpers liegt nicht vor.

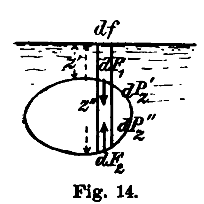


Fig. 14.

Bei einem vollkommen untergetauchten Körper (Fig. 14) lassen sich auf dessen Oberfläche stets zwei vertikal übereinander liegende Flächenelemente dF_1 und dF_2 so finden, daß sie bei Projektion auf den Spiegel denselben projizierenden Zylinder und daher auch dieselbe Projektion df liefern. Die z-Komponenten der Drücke auf beide Elemente sind daher, wenn z' und z'' deren Tiefen unter dem W-Spiegel bedeuten,

$$dP_z' = \gamma \cdot df \cdot z' \quad \text{(nach § 12 a, Satz II)},$$

$$dP_z'' = \gamma \cdot df\, z'',$$

somit die resultierende, nach aufwärts gerichtete z-Komponente

$$dP_z = \gamma \cdot dF(z'' - z'),$$

d.h. gleich dem Gewicht einer zwischen den Elementen dF_1 und dF_2 befindlichen (fingierten) unendlich dünnen vertikalen Wassersäule vom Querschnitte df. Die z-Komponente des Druckes auf die gesamte Oberfläche ist also gleich dem Gewicht der vom Körper verdrängten Flüssigkeit und geht durch den Schwerpunkt derselben.

Ist der Körper nur teilweise in Wasser getaucht, so läßt er sich nach Entfernung des über dem Wasserspiegel befindlichen Teiles desselben als vollkommen untergetaucht betrachten.

Daher gilt, unter Berücksichtigung des Satzes I, für beide Fälle:

II. Der Wasserdruck auf die Oberfläche eines ganz oder teilweise in Wasser getauchten Körpers ist gleich dem Gewichte des vom Körper verdrängten Wassers, geht durch den Schwerpunkt desselben und ist vertikal nach oben gerichtet. (Vgl. Satz des Archimedes.)

Dieser Wasserdruck heißt daher auch Auftrieb.

Ist das Gewicht G eines ganz oder teilweise in Wasser getauchten Körpers kleiner als der Auftrieb, den er erleidet, so steigt er vertikal in die Höhe; ist es größer als dieser, so sinkt der Körper. Ist das Gewicht gleich dem Auftriebe A, so tritt weder das eine noch das andere ein, d. h. der Körper schwimmt. Trägt der Körper beim Schwimmen noch eine Nutzlast Q, so muß $G + Q = A$ sein.

Beispiel.

Wie tief sinkt eine Holzkugel vom Radius R cm, deren spezifisches Gewicht $= s$ ist, in Wasser ein?

Auflösung.

Gewicht der Kugel $G = \frac{4}{3} R^3 \pi \cdot s$ g,

Volum des eingetauchten Kugelsegments von der Höhe x cm

$$V = \frac{\pi x^2}{3} (3 R - x) \text{ ccm},$$

somit Auftrieb oder Gewicht der verdrängten Wassermenge (spezifisches Gewicht des Wassers = 1)

$$A = \frac{\pi x^2}{3} (3 R - x) \cdot 1 \text{ g},$$

daher bei schwimmender Kugel

$$\frac{\pi x^2}{3} (3 R - x) \cdot 1 = \frac{4}{3} R^3 \pi s ,$$

aus welcher Gleichung x zu bestimmen ist.

III. Abschnitt.

Hydrodynamik oder die Lehre von der Bewegung des Wassers.

I. Kapitel.

Ausfluß des Wassers aus Gefäßen.

§ 15. Die Grundgleichung des Dan. Bernoulli.

(Dan. Bernoulli, Hydrodynamica, Argentorati 1738.)

In der Wand eines beliebig geformten, ruhenden, mit Wasser angefüllten Gefäßes (Fig. 15) befinde sich an beliebiger Stelle eine kleine Öffnung, durch welche Wasser infolge seiner eigenen Schwere ausfließe. Der Wasser-

spiegel WS werde durch seitlichen Zufluß, der aber auf den Bewegungszustand der Wasserteilchen im Spiegel ohne Einfluß sei, auf konstanter Höhe erhalten.

Wir betrachten ein Wasserteilchen, das wir als unendlich kleinen, starren, zylindrischen oder prismatischen Körper von dem Querschnitt dF, der Länge dl, der Masse dm und dem Gewichte dG annehmen, auf seinem Wege vom Spiegel bis zur Öffnung. Zur Zeit t befinde sich das Teilchen im Punkte A in der Tiefe z, zur Zeit $t + dt$ in B in der Tiefe $z + dz$.

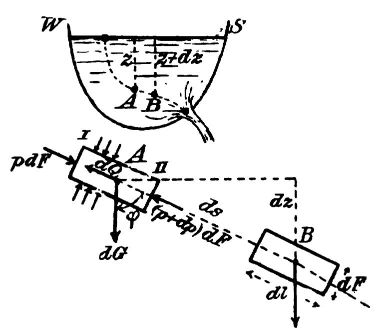


Fig. 15.

Auf das Teilchen wirkt als äußere Kraft zunächst die Massenkraft der Schwere, also sein Gewicht $dG = dm \cdot g$ (vgl. Dynamik) $= (dF \cdot dl)\,\delta \cdot g$, wo δ die Masse der Volumeneinheit (spezifische Masse, Dichtigkeit, vgl. § 2) bezeichnet. Von der Zentrifugalkraft, die bei der gekrümmten Bahn des Teilchens sich an verschiedenen Stellen derselben geltend macht, sehen wir ab. Dagegen betrachten wir als weitere äußere Kraft einen Widerstand dQ, der die Bewegung des Teilchens zu hemmen

sucht und unter dem wir uns den Reibungswiderstand der umgebenden Wassermassen denken können. Die Kraft dQ wirke in der Richtung der geometrischen Achse des Teilchens, also in der Richtung der Tangente an die Bahn. Als weitere Kräfte bleiben nur die inneren Kräfte der Drücke der umgebenden Flüssigkeitsmassen auf die Oberfläche des Teilchens, die senkrecht zu dieser stehen.

Wir wenden nun auf die Bewegung des Teilchens längs des ∞ kleinen Weges $AB = ds$ den Satz von der Arbeit an (vgl. Dynamik) und finden auf diesem Wege

d. Arbeit von $dG = dG \cdot ds \cos\varphi = dG \cdot dz$,
" " " $dQ = -dQ \cdot ds$,
" " d. Druckes a. Grundfläche I $= (p\,dF)\,ds$,
" " " " " " II $= -(p+dp)\,dF \cdot ds$,

wo p die Pressung im Querschnitt I, $p + dp$ diejenige in II bezeichnet. Die übrigen Drücke liefern, da sie normal zur Bahn ds stehen, je eine Arbeit $= 0$ (vgl. Dynamik).

Ist v die Geschwindigkeit des Teilchens in A, also $v + dv$ seine Geschwindigkeit in B, so ist die Zunahme seiner lebendigen Kraft auf diesem Wege

$$= \tfrac{1}{2} dm (v + dv)^2 - \tfrac{1}{2} dm\, v^2$$
$$= d(\tfrac{1}{2} dm\, v^2),$$

daher nach dem Satze von der Arbeit:

$$dG \cdot d_z - dQ \cdot ds + p\,dF\,ds - (p + dp)\,dF \cdot ds = d(\tfrac{1}{2} m v^2),$$

woraus nach Auflösen der Klammer

$$dG\,dz - dQ \cdot ds - dp\,dF\,ds = d(\tfrac{1}{2} dm \cdot v^2)$$

oder

$$(dF \cdot dl)\,\delta \cdot g\,dz - dQ\,ds - dp\,dF\,ds = \tfrac{1}{2}\,dm \cdot dv^2$$
$$= \tfrac{1}{2}(dF \cdot dl)\,\delta \cdot dv^2\,.$$

Wird $dl = ds$ genommen und die auf die Masseneinheit des Teilchens entfallende Widerstandskraft

$$\frac{dQ}{(dF \cdot dl)\,\delta} = q$$

gesetzt, also

$$dQ = q \cdot dF \cdot dl\,\delta$$

genommen, so folgt nach Einsetzen dieses Wertes in die Arbeitsgleichung und Heben derselben mit $dF \cdot dl = dF \cdot ds$:

$$\delta g\,dz - q\,\delta\,ds - dp = \frac{\delta}{2} \cdot dv^2\,,$$

woraus durch Integration zwischen den Grenzen z_0 und z bzw. s_0 und s, v_0 und v, p_0 und p

$$\delta g(z - z_0) - \delta \int_{s=s_0}^{s=s} q\,ds - (p - p_0) = \frac{\delta}{2}(v^2 - v_0^2)\,.$$

Läßt man das Teilchen vom Spiegel ausgehen, so daß $z_0 = 0$, p_0 die Pressung der Atmosphäre und v_0 die Anfangsgeschwindigkeit im Spiegel bedeutet, so folgt für das Teilchen, wenn es in der Tiefe z angelangt ist und dort die Geschwindigkeit v und die Pressung p erlangt hat,

$$\delta g\,z - \delta \int_{s=0}^{s=s} q\,ds = p - p_0 + \frac{\delta}{2}(v^2 - v_0^2) \tag{9}$$

(Gleichung des Dan. Bernoulli).

Wird der Einfluß der Widerstandskraft q vernachlässigt, so erhält man die vereinfachte Gleichung

$$(9') \qquad \underline{\delta g z = p - p_0 + \frac{\delta}{2}(v^2 - v_0^2)},$$

und falls $\delta g = \gamma$ (Gewicht der Volumeneinheit Wasser) gesetzt wird:

$$(9'') \qquad \underline{\gamma z = p - p_0 + \frac{\gamma}{2g}(v^2 - v_0^2)},$$

d. h. die potentielle Energie des Teilchens ist gleich der Pressungszunahme + der Zunahme der kinetischen Energie desselben.

Anmerkungen.

1. Man nennt z die zur Erzeugung der Geschwindigkeit v nötige Druckhöhe.

2. Da die Widerstandskraft dQ die Geschwindigkeit v zu vermindern strebt, so liegt es nahe, ihre Wirkung als einen Verlust an Druckhöhe aufzufassen, so daß, wenn dieser **Druckhöhenverlust** mit y bezeichnet wird,

$$\delta g \cdot y = \delta \int_{s=0}^{s=s} q\, ds$$

gesetzt werden kann, aus welcher Gleichung, falls die Beziehung zwischen q und s bekannt wäre, y sich bestimmen ließe. (Über den Wert von y als Funktion von v s. die späteren Kapitel.)

Mit diesem Werte wird die Gleichung des Bernoulli

$$(10) \qquad \underline{\delta g(z - y) = p - p_0 + \frac{\delta}{2}(v^2 - v_0^2)}$$

und

$$(10') \qquad \gamma(z - y) = p - p_0 + \frac{\gamma}{2g}(v^2 - v_0^2) .$$

3. Wären mehrere hemmende Kräfte dQ am Elemente tätig, so wäre unter y der Druckhöhenverlust zu verstehen, der ihrer Gesamtwirkung entsprechen würde, also der gesamte Druckhöhenverlust auf dem Wege des Teilchens.

§ 16. Hydraulische Pressung im Gefäße.

Die Gleichung (10′) des vorhergehenden Paragraphen:

$$(10') \qquad \gamma(z - y) = p - p_0 + \frac{\gamma}{2g}(v^2 - v_0^2)$$

liefert die hydraulische Pressung p in der Tiefe z bei der Geschwindigkeit v des Teilchens:

$$(11) \qquad p = p_0 + \gamma z - \gamma\left(y + \frac{v^2 - v_0^2}{2g}\right) .$$

Wäre die Flüssigkeit in Ruhe, so wäre $p_0 + \gamma z$ die hydrostatische Pressung in der Tiefe z (vgl. § 7). Hieraus folgt:

An jeder Stelle der Bewegung ist die hydraulische Pressung kleiner als die hydrostatische um den Betrag, welcher der Druckhöhe (Pressungshöhe) $y + \frac{v^2 - v_0^2}{2g}$ entspricht (vgl. § 7, Anm.). Dieser Betrag dient zur Überwindung der inneren Widerstände und zur Erzeugung der Zunahme der lebendigen Kraft des Teilchens.

§ 17. Ausflußgeschwindigkeit. Geschwindigkeitskoeffizient.

(Ausfluß in freie Luft.)

Findet ein Austritt des Wassers aus einer Öffnung in den Wandungen eines Gefäßes statt, so beobachtet man bei nicht konstant gehaltenem Spiegel ein allmähliches Senken desselben in der Weise, daß in jedem Augenblicke die Lage desselben horizontal bleibt (Parallelismus der Schichten). Ferner nehmen wir an, daß beim Durchgang des Wassers durch das Gefäß eine Unterbrechung der stetigen Wasserbewegung durch Hohlräume und Wirbel nicht stattfinde, so daß die Wassermenge in jedem Zeitpunkte ein zusammenhängendes Ganzes bildet (Kontinuität der Bewegung).

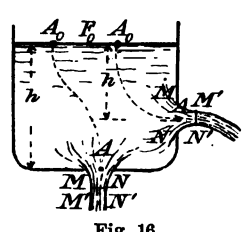


Fig. 16.

Es sei (Fig. 16) MN die Ausflußöffnung vom Inhalte F. Der Inhalt der Fläche des Wasserspiegels sei F_0. Bei konstant gehaltenem Spiegel sei ein Wasserteilchen vom Punkte A_0 des Spiegels in den Punkt A der Öffnung gelangt.

Bezeichnet nun $\begin{Bmatrix} v_0 \\ v \end{Bmatrix}$ die Geschwindigkeit des Teilchens, $\begin{Bmatrix} p_0 \\ p \end{Bmatrix}$ die Pressung in $\begin{Bmatrix} A_0 \\ A \end{Bmatrix}$, ferner h die Tiefe des Punktes A unter dem Spiegel, so ist nach Bernoulli, wenn wir den Druckhöhenverlust auf dem Wege $A_0 A$ vernachlässigen und $\delta g = \gamma$ setzen [vgl. § 15, Gleichung (9″)],

$$\gamma h = p - p_0 + \frac{\gamma}{2g}(v^2 - v_0^2),$$

oder, da bei Austritt in freie Luft,

$$p = p_0 = 1 \text{ Atm.}:$$

$$\gamma h = \frac{\gamma}{2g}(v^2 - v_0^2),$$

woraus

$$v^2 = 2gh + v_0^2. \tag{12}$$

Aus Gründen der Kontinuität muß aber die sekundlich durch MN austretende Wassermenge gleich der den Spiegel in 1 Sekunde passierenden sein, also

$$F_0 v_0 = F v,$$

$$v_0 = \frac{F}{F_0} v,$$

somit

$$v^2 = 2gh + \left(\frac{F}{F_0} v\right)^2,$$

woraus

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{F}{F_0}\right)^2}}. \tag{12'}$$

Ist nun F klein gegenüber F_0, so läßt sich $\left(\frac{F}{F_0}\right)^2$ gegenüber 1 vernachlässigen. Daher ist die Ausflußgeschwindigkeit mit großer Annäherung:

(13) $\underline{v = \sqrt{2gh}}$ (Formel des Torricelli).

Die verschiedenen Vernachlässigungen bei Entwicklung dieser Formel haben zur Folge, daß die nach dieser Formel berechnete Ausflußgeschwindigkeit v mit der tat-

4*

sächlich aus der Beobachtung folgenden nicht übereinstimmt. Man findet die wirkliche Ausflußgeschwindigkeit durch Multiplikation der theoretischen mit einem empirischen Koeffizienten ψ:

$$v = \psi \sqrt{2\,g\,h} \tag{14}$$

und nennt ψ den Geschwindigkeitskoeffizienten.

Nach Weisbach ist ein Mittelwert $\psi = 0{,}97$.

§ 18. Kontraktionskoeffizient. Ausflußkoeffizient. Sekundliche Ausflußmenge.

Die der Öffnung zustrebenden Wasserteilchen verlieren vor dem Durchgang durch diese mehr oder weniger ihre ursprüngliche Richtung (Fig. 16), indem sie ihre Bahnen verflachen. Der austretende Strahl zeigt daher nach Passieren der Öffnung eine Zusammenziehung (Kontraktion), die an einer gewissen, der Öffnung benachbarten Stelle $M'N'$ ein Maximum aufweist. Man nennt $M'N'$ den kontrahierten Querschnitt (Fig. 16).

Hat $M'N'$ den Inhalt f, so setzt man das Verhältnis

$$\frac{f}{F} = \varkappa$$

und bezeichnet $\varkappa$ als Kontraktionskoeffizienten.

Der Wert von $\varkappa$ hängt von der Gestalt der Öffnung und der Druckhöhe ab. Für kreisrunde Öffnungen ist nach Weisbach ein Mittelwert

$$\varkappa = 0{,}64\,.$$

Für die Technik hat die sekundliche Ausflußmenge Q eine große Bedeutung.

Nimmt man an, sämtliche Wasserfäden passieren den kontrahierten Querschnitt $M'N'$ mit der gleichen Geschwindigkeit v, mit der sie aus MN austreten, so wird

$$\begin{aligned} Q &= f \cdot v \\ &= \varkappa F \cdot \psi \sqrt{2gh} \\ &= (\varkappa \cdot \psi) F \sqrt{2gh}\,. \end{aligned}$$

Setzt man das Produkt

$$\varkappa \psi = \alpha$$

und bezeichnet α als Ausflußkoeffizienten, so wird die sekundliche Ausflußmenge, die durch die Öffnung vom Inhalte F austritt:

$$Q = \alpha F \cdot \sqrt{2gh} \tag{15}$$

oder

$$Q = \alpha F v\,, \tag{15'}$$

wo $v = \sqrt{2gh}$ ist.

Im allgemeinen läßt sich für dünne Wände und scharfe Kanten der Öffnung wählen

$$\alpha = 0{,}97 \cdot 0{,}64 = 0{,}62\,.$$

Anmerkungen.

1. Kurze konische Ansatzröhren, die der Form des kontrahierten Strahles sich möglichst anpassen, oder auch kurze zylindrische Ansatzröhren oder dicke Wände bewirken durch die an ihren Wänden stattfindende Adhäsion eine Erweiterung des Strahles und somit eine Verminderung der Kontraktion und eine Vermehrung der Ausflußmenge.

Für schwach konische und zylindrische Ansatzröhren, deren Länge = 2- bis 3 mal ihrem mittleren Durchmesser ist, läßt sich nach Eytelwein, d'Aubuisson u. a. setzen

$$\left.\begin{array}{l}\alpha = 0{,}8 \text{ bis } 0{,}93 \text{ bei konischen} \\ \alpha = 0{,}8 \text{ bis } 0{,}82 \text{ bei zylindrischen}\end{array}\right\} \text{Ansatzröhren.}$$

2. Ist das vor der Öffnung befindliche Wasser nahezu in Ruhe, so heißt die Kontraktion vollkommen. Findet die Kontraktion von allen Seiten der Öffnung her statt, so heißt sie vollständig; findet sie nur von einzelnen Seiten her statt, so heißt sie partiell.

Ist α der Ausflußkoeffizient bei vollständiger Kontraktion und n das Verhältnis des Teils des Umfangs der Öffnung, an dem keine Kontraktion stattfindet, zum ganzen Umfang derselben, so ist der Ausflußkoeffizient für partielle Kontraktion:

$$\left.\begin{array}{l}\alpha_p = \alpha(1 + 0{,}155\, n) \text{ für rechteckige} \\ \alpha_p = \alpha(1 + 0{,}128\, n) \text{ für kreisrunde}\end{array}\right\} \text{Öffnungen.}$$

3. Der aus Gleichung (13) sich ergebende Wert $h = \frac{v^2}{2g}$, welcher die zur Erzeugung der Geschwindigkeit v nötige theoretische Druckhöhe bezeichnet, heißt die zu v gehörige Geschwindigkeitshöhe.

§ 19. Ausfluß aus rechteckigen Schützenöffnungen in freie Luft.

In Fig. 17 sei GS eine senkrecht zu der Strömungsrichtung eines Kanals eingebaute Schützenwand, in welcher die rechteckige Öffnung $ABCD$ mit der horizontalen Breite b und der vertikalen Höhe a sich befindet. Der Wasserspiegel des Kanals (Oberwasserspiegel) liege in den Höhen h_1 und h_2 über den horizontalen Kanten der

Öffnung und in der Höhe H_0 über dem Mittelpunkte derselben.

Für ein Wasserteilchen, das vom Spiegel des Kanals ausgehend durch einen in der Tiefe z unter dem Oberwasserspiegel gelegenen Punkt der Öffnung hindurchgeht, gilt nach Gleichung (12) (§ 17) für die Ausflußgeschwindigkeit

$$v^2 = 2gz + v_0^2 .$$

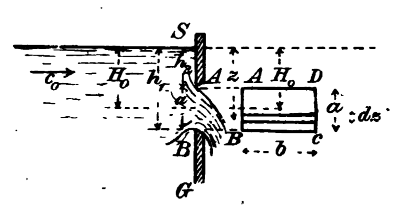


Fig. 17.

Fließt das Wasser im Kanale gegen die Schützenwand mit der Geschwindigkeit c_0, so läßt sich für ein Wasserteilchen im Spiegel die Anfangsgeschwindigkeit

$$v_0 = c_0$$

setzen, daher

$$v^2 = 2gz + c_0^2$$

oder die Ausflußgeschwindigkeit

$$v = \sqrt{2gz + c_0^2} .$$

Die sekundliche Wassermenge, die durch ein in der Tiefe z gelegenes rechteckiges Flächenelement (Breite b, Höhe dz) der Öffnung hindurchgeht, ist also nach § 18

$$dQ = \alpha \cdot (b\,dz) \cdot \sqrt{2gz + c_0^2} ,$$

daher wird die die ganze Öffnung passierende sekundliche Wassermenge

$$Q = \int_{z=h_2}^{z=h_1} \alpha (b\, dz) \sqrt{2gz + c_0^2}\,,$$

oder unter Voraussetzung eines von der Tiefe z unabhängigen Ausflußkoeffizienten α (was nur für Öffnungen von geringer Höhe zulässig ist)

$$Q = \alpha b \int_{z=h_2}^{z=h_1} \sqrt{2gz + c_0^2}\, dz = \alpha b \sqrt{2g} \int_{z=h_2}^{z=h_1} \sqrt{z + \frac{c_0^2}{2g}}\, dz\,,$$

(16) $$\underline{Q = \tfrac{2}{3} \alpha b \sqrt{2g} \left[\left(h_1 + \frac{c_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(h_2 + \frac{c_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}} \right]},$$

oder unter Vernachlässigung der Zuflußgeschwindigkeit c_0

(16') $$\underline{Q = \tfrac{2}{3} \alpha b \sqrt{2g} \left[h_1^{\frac{3}{2}} - h_2^{\frac{3}{2}}\right]}.$$

Setzt man in (16)

$$h_1 = H_0 + \frac{a}{2}\,,$$

$$h_2 = H_0 - \frac{a}{2}\,,$$

so wird

$$\underline{Q = \tfrac{2}{3} \alpha b \sqrt{2g} \left\{ \left[\left(H_0 + \frac{c_0^2}{2g}\right) + \frac{a}{2} \right]^{\frac{3}{2}} - \left[\left(H_0 + \frac{c_0^2}{2g}\right) - \frac{a}{2} \right]^{\frac{3}{2}} \right\}}.$$

Entwickelt man die Potenzen mit dem Exponenten $\frac{3}{2}$ nach dem binomischen Lehrsatze nach fallenden Potenzen

von $\left(H + \frac{c_0^2}{2g}\right)$ und steigenden von $\frac{a}{2}$, so folgt nach genügendem Heben und Zusammenziehen und Vernachlässigung der Glieder mit höheren Potenzen von $\frac{a}{2}$ (was bei niederen Öffnungen als zulässig gelten kann) mit großer Näherung

$$Q = \tfrac{2}{3}\,\alpha\, b\sqrt{2g}\cdot\left\{3\cdot\left(H_0 + \frac{c_0^2}{2g}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\frac{a}{2}\right\},$$

$$(17) \qquad \underline{Q = \alpha\, a\, b\sqrt{2g\left(H_0 + \frac{c_0^2}{2g}\right)}}$$

oder mit Vernachlässigung von c_0

$$(17') \qquad \underline{Q = \alpha\, a\, b\sqrt{2g H_0}}\,.$$

Anmerkungen.

1. Bei rechteckigen Schützenöffnungen in dünnen Wänden und scharfen Kanten ist im allgemeinen α umgekehrt proportional der Höhe a der Öffnung und wächst mit Druckhöhe h_2.

Mittelwerte von α sind:

		für scharfe Kanten	für runde Kanten
bei vollständiger Kontraktion ($b <$ Kanalbreite)	$\alpha =$	0,62	0,68
bei unvollständiger Kontraktion ($b =$ Kanalbreite, Kontraktion nur von oben und unten)	$\alpha =$	0,64—0,66	0,7 .

2. Unter mittlerer Ausflußgeschwindigkeit v_m versteht man die gleiche konstante Geschwindigkeit, mit der sämt-

liche Wasserteilchen die Öffnung F passieren müßten, um dasselbe Q zu liefern. Es ist also

$$F \cdot v_m = Q ,$$

$$v_m = \frac{Q}{F} = \frac{Q}{a\,b} .$$

§ 20. Ausfluß aus untergetauchten Öffnungen.

(Ausfluß in Wasser.)

Die Öffnung F der vertikalen Schützenwand GS (Fig. 18) liege vollständig unterhalb des Spiegels des Abzugkanales, so daß der Ausfluß vollständig im Wasser erfolgt. Die Geschwindigkeit im Zuflußkanal sei c_0, im Abzugkanal c_1. Die Wasserspiegel beider Kanäle seien konstant.

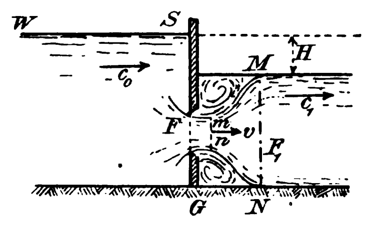


Fig. 18.

Betrachtet man ein Wasserteilchen auf seinem Wege vom Spiegel des Zuflußkanals bis zum Spiegel des Abzugkanals, so läßt sich die Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = c_0$ und die Endgeschwindigkeit $v = c_1$ setzen, daher nach Bernoulli § 15, [Gleichung (9″); $p = p_0$]:

$$\gamma H = \frac{\gamma}{2g}(c_1^2 - c_0^2) ,$$

wo H den vertikalen Abstand beider Wasserspiegel bedeutet, oder

$$c_1^2 = 2\,g\,H + c_0^2\,,$$

$$2\,g\,H = c_1^2 - c_0^2\,,$$

wofern kein Druckhöhenverlust auf diesem Wege stattfindet. Dies trifft aber nicht zu. Nach einem empirischen Satze von Carnot erleidet eine unter Druck strömende Flüssigkeit bei einer plötzlichen Vergrößerung des Querschnittes einen Druckhöhenverlust, der dem Quadrat der Differenz der End- und Anfangsgeschwindigkeit vor und nach der Vergrößerung proportional ist. Eine solche plötzliche Querschnittsvergrößerung kann aber angenommen werden, wenn das Wasser aus dem kontrahierten Querschnitt mn in den vollen Querschnitt MN des Abzugkanals übergeht.

Daher ist obige Gleichung zu modifizieren in:

$$2\,g\left(H - \frac{(v - c_1)^2}{2\,g}\right) = c_1^2 - c_0^2 \quad \text{(vgl. § 15, Anm. 2)},$$

wo v die Geschwindigkeit im kontrahierten Querschnitte oder nahezu die Ausflußgeschwindigkeit in der Öffnung bedeutet. Aus dieser Gleichung folgt:

$$v = c_1 \pm \sqrt{2\,g\,H + c_0^2 - c_1^2}\,.$$

Ist f der Inhalt des kontrahierten Querschnittes mn und F_1 derjenige des Querschnittes MN des Abzugkanals, so muß wegen der Kontinuität der Bewegung

$$f\,v = F_1\,c_1\,,$$

also

$$v = \frac{F_1}{f} \cdot c_1\,,$$

daher

$$v > c_1$$

sein, somit ist nur das obere Vorzeichen obiger Gleichung brauchbar.

Die sekundlich die Öffnung F passierende Wassermenge ergibt sich daher unter Benutzung eines Korrektionskoeffizienten α_1:

$$Q = \alpha_1 F \left[c_1 + \sqrt{2g\left(H + \frac{c_0^2 - c_1^2}{2g}\right)} \right] \tag{18}$$

oder mit Vernachlässigung von c_1

$$Q = \alpha_1 F \sqrt{2g\left(H + \frac{c_0^2}{2g}\right)}. \tag{18'}$$

Anmerkung.

Im allgemeinen wird der Ausflußkoeffizient α_1 für Austritt unter Wasser gleich demjenigen in Luft genommen (vgl. § 19).

§ 21. Ausfluß aus Schleusenwehren (Durchlaßwehren).

Der Austritt des Wassers aus dem Zufluß- in den Abzugkanal erfolgt durch rechteckige Öffnungen in einer Schützenwand.

Die Öffnung habe die horizontale Breite b = der Kanalbreite und die Höhe a, die horizontalen Kanten der Öffnung liegen in den Tiefen h_1 und h_2 unter dem Spiegel des Zuflußkanals $\left(\text{Tiefe des Mittelpunktes der Öffnung unter diesem Spiegel } H_0 = \frac{h_1 + h_2}{2}\right)$. Die Geschwindigkeit im Zuflußkanal sei $= c_0$, im Abflußkanal $= c_1$,

der Höhenunterschied beider Wasserspiegel $= H$. Ist $b =$ der Kanalbreite, so findet an den vertikalen Seiten der Öffnung keine Kontraktion statt.

I. **Fall.**

Die Unterkante der Öffnung liegt oberhalb des Spiegels des Abzugkanals (Fig. 19).

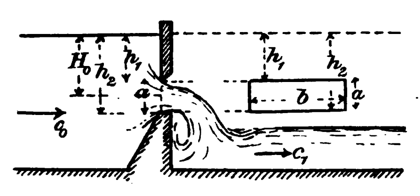


Fig. 19.

Sekundlich ausfließende Wassermenge gemäß den Formeln des § 19:

$$(16) \quad Q = \tfrac{2}{3}\,\alpha\, b\sqrt{2g}\left[\left(h_1 + \frac{c_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(h_2 + \frac{c_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}}\right]$$

oder

$$(16') \quad Q = \tfrac{2}{3}\,\alpha\, b\sqrt{2g}\,(h_1^{\frac{3}{2}} - h_2^{\frac{3}{2}})$$

oder

$$(17) \quad Q = \alpha\, a\, b\sqrt{2g\left(H_0 + \frac{c_0^2}{2g}\right)}$$

oder

$$(17') \quad Q = \alpha\, a\, b\sqrt{2g H_0}\,.$$

Mittelwerte von α (für $b =$ Kanalbreite):

Bei dünnen Wänden und scharfen Kanten $\alpha = 0{,}64$ bis $0{,}66$ (2 seitige Kontraktion).

Bei abgerundeten Kanten $\alpha = 0{,}70$ (2 seitige Kontraktion).

II. Fall.

Die Wasserspiegellinie des Abzugkanals geht verlängert durch die Öffnung (Fig. 20):

$$Q = Q_1 + Q_2 ,$$

wo $\begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix}$ die in einer Sekunde durch den Teil von der Höhe $\begin{Bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{Bmatrix}$ der Öffnung in $\begin{Bmatrix} \text{Luft} \\ \text{Wasser} \end{Bmatrix}$ tretende Wassermenge bedeutet.

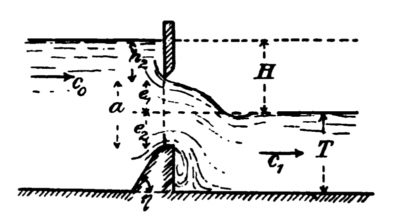


Fig. 20.

Nach den Formeln der §§ 19 und 20 wird daher in Beziehung auf die Figur

$$(19) \quad \left\{ \begin{aligned} Q = \tfrac{2}{3} \alpha b \sqrt{2g} \left[\left(H + \frac{c_0^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(h_2 + \frac{c_0^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \\ + \alpha_1 e_2 b \sqrt{2g \left(H + \frac{c_0^2}{2g} \right)} \end{aligned} \right.$$

bzw. mit Vernachlässigung von c_0

$$(19') \quad Q = \tfrac{2}{3} \alpha b \sqrt{2g} (H^{\frac{3}{2}} - h_2^{\frac{3}{2}}) + \alpha_1 e_2 b \sqrt{2gH} .$$

Anmerkung.

Wegen aufgehobener Kontraktion an der Berührungsstelle der beiden Teilöffnungen e_1 und e_2 läßt sich setzen im Mittel für dünne Wände und scharfe Kanten (b = Kanalbreite):

$$\alpha = \alpha_1 = 0{,}7 \quad \text{(Kontraktion nur an einer Seite).}$$

III. Fall.

Die Öffnung liegt vollständig unterhalb des Spiegels des Abzugkanals. (Grundschleuse.) (Fig. 21.)

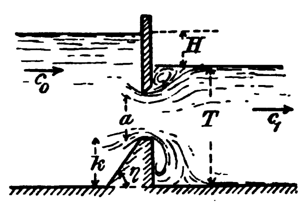


Fig. 21.

Aus § 20 findet man

$$(18') \qquad Q = \alpha_1\, a\, b \sqrt{2g\left(H + \frac{c_0^2}{2g}\right)},$$

bzw. mit Vernachlässigung von c_0

$$(18'') \qquad Q = \alpha_1\, a\, b \sqrt{2gH}.$$

Anmerkung.

Für dünne Wände und scharfe Kanten und b = Kanalbreite: $\alpha_1 = 0{,}64$ bis $0{,}66$ (Kontraktion nur oben und unten).

Reicht die Öffnung bis zum Boden, so daß an drei Seiten keine Kontraktion stattfindet, so ist α_1 höher zu

nehmen. Man findet α_1 dann aus der bezüglichen Formel des § 18 Anmerkung 2 für $\alpha = 0{,}62$. Im Mittel

$$\alpha_1 = 0{,}7 \,.$$

Die v. Wexschen Formeln.

B bedeutet die Spiegelbreite eines Kanals mit rechteckigem Querschnitt, b die Summe der horizontalen Breiten aller rechteckigen Öffnungen in der ganzen Schützenwand. Die übrigen Buchstaben erklären sich aus den Figuren 20 und 21.

Für Fall II (Fig. 20):

$$(20)\left\{\begin{array}{ll}
1) & Q = Q_1 + Q_2 \,, \\
2) & Q_1 = \frac{2}{3}\,\alpha\, b \sqrt{2g}\left(\dfrac{a + \dfrac{n\,c_1^2}{2g} - T}{s_1 - s}\right)\left(s_1^{\frac{3}{2}} - s^{\frac{3}{2}}\right) , \\
3) & Q_2 = \alpha_1\, b\left(T - \dfrac{n\,c_1^2}{2g}\right)\sqrt{2\,g\,s_1} \,, \\
4) & s = \dfrac{c_0^2}{2g}\left[1 + \dfrac{B-b}{2\,b} + \dfrac{B}{2ab}(T + H - a)\right] + H + T - a \,, \\
5) & s_1 = s + a + \dfrac{n\,c_1^2}{2\,g} - T \,.
\end{array}\right.$$

Für Fall III (Fig. 21):

$$(21)\left\{\begin{array}{ll}
1) & Q = \frac{2}{3}\,\alpha\, b\sqrt{2\,g}\left(\dfrac{a}{s_1 - s}\right)\left(s_1^{\frac{3}{2}} - s^{\frac{3}{2}}\right) , \\
2) & s = \dfrac{c_0^2}{2g}\left[1 + \dfrac{B-b}{2\,b} + \dfrac{B}{2ab}(T + H - (k + a))\right] + H + \dfrac{n \cdot c_1^2}{2\,g} , \\
3) & s_1 = s + \dfrac{c_0^2}{2\,g} \cdot \dfrac{4\,B\,k}{a\,b} \cdot \cos^2 \dfrac{\eta}{2} \,.
\end{array}\right.$$

$\begin{Bmatrix} s \\ s_1 \end{Bmatrix}$ bedeutet die Summe aller auftretenden Druckhöhen an der $\begin{Bmatrix} \text{Ober} \\ \text{Unter} \end{Bmatrix}$kante der Öffnung. n ist ein empirischer Faktor $= 0{,}67$.

Im Glied $n \cdot \frac{c_1^2}{2g}$ kommt die saugende Wirkung des Unterwassers zum Ausdruck, die auf die Ausflußmenge vermehrend wirkt.

Werte von α und α_1:

$$\alpha_1 = 0{,}4988 + 0{,}14965 \cdot \frac{\sqrt{a}}{T - k - \frac{a}{2}} + 0{,}00305\, b\,,$$

$$\alpha = 0{,}8452 - 0{,}21936 \cdot \sqrt{\frac{a}{H - \frac{a}{2}}} + \frac{0{,}00219}{a}$$

$$+ 0{,}00048\, b \text{ (ohne Seiten- und Bodenkontraktion),}$$

$$\alpha = 0{,}5708 + 0{,}01355 \sqrt{\frac{a}{H + \frac{a}{2}}} + 0{,}02109 \sqrt{\frac{1}{a}}$$

$$+ 0{,}00431\, b \text{ (bei vollständiger Kontraktion).}$$

Alle Maße in Meter.

Weiteres siehe bei v. Wex, Hydrodynamik.

II. Kapitel.

Überfall des Wassers über Wehre.

§ 22. Vollkommener Überfall.

Ein Überfall entsteht durch ein künstliches, in den Wasserlauf eingebautes, die Strömungsrichtung normal

oder schief durchquerendes Hindernis, das gewöhnlich die Form eines Dammes hat und das Wasser bis zu einer gewissen Höhe über seinem höchsten Punkte (Wehrkrone) aufstaut, von wo aus es über die Oberkante dieses Hindernisses in den Abzugkanal überfällt.

Der Überfall heißt vollkommen, wenn die Wehrkrone oberhalb des Unterwasserspiegels liegt (Fig. 22), im anderen Falle unvollkommen (Fig. 23).

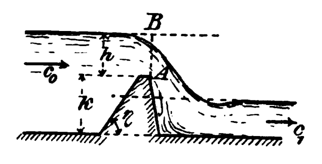


Fig. 22.

Das Wehr stehe senkrecht zur Achse des Wasserlaufs. Wir nehmen ferner an, daß in dem durch das Wehr gestauten Wasserspiegel eine Unstetigkeit, z. B. eine plötzliche Erhebung desselben (Wassersprung, Wasserschwelle), nicht vorhanden sei.

Der höchste Stau findet nicht vertikal über der Wehrkrone statt, sondern die Oberfläche nähert sich der Krone von dem Punkte höchster Erhebung unter stetiger Senkung. Bis jetzt ist es gebräuchlich, diese Senkung zu vernachlässigen und die überfallende Wassermenge zu betrachten als eine aus der rechteckigen Öffnung AB austretende, deren Höhe h gleich der Höhe AB des gestauten Wasserspiegels über der Wehrkrone ist, deren obere Seite in den gestauten Wasserspiegel fällt und gleich der Breite b des Überfalls ist.

Wir können daher die überfallende Wassermenge Q aus den Formeln des § 19 erhalten, indem wir dort $h_2 = 0$, $h_1 =$ der Überfallshöhe h setzen und unter b die Breite des Überfalls verstehen:

$$(22) \qquad \underline{Q = \tfrac{2}{3}\,\alpha\, b\sqrt{2g}\left[\left(h + \frac{c_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{c_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}}\right]}$$

oder nach einiger Umformung

$$(22') \quad Q = \tfrac{2}{3}\alpha b\left[\left(h + \frac{c_0^2}{2g}\right)\sqrt{2g\left(h + \frac{c_0^2}{2g}\right)} - \frac{c_0^2}{2g}\cdot c_0\right]$$

oder mit Vernachlässigung des letzten Gliedes der Klammer

$$(22'') \qquad Q = \tfrac{2}{3}\alpha b\sqrt{2g}\left(h + \frac{c_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

Durch Vernachlässigung von c_0 folgt hieraus:

$$(23) \qquad \underline{Q = \tfrac{2}{3}\alpha b h\sqrt{2gh}} \qquad \text{(Formel von Du Buat).}$$

Anmerkung.

α nimmt mit wachsendem h ab und mit wachsender Breite b zu. Nach Redtenbacher ist

$$\tfrac{2}{3}\alpha = 0{,}381 + 0{,}062\,\frac{b}{B}$$

(Breite des Zuflußkanals $= B$),

nach Bazin

$$\alpha = 0{,}6075 + \frac{0{,}0045}{h} \qquad (\text{für } b = B).$$

Ist $0{,}03 < h < 0{,}22$ m, so läßt sich nach d'Aubuisson wählen bei scharfer Krone:

für $\frac{b}{B} = 1{,}0 \quad 0{,}9 \quad 0{,}8 \quad 0{,}7 \quad 0{,}6 \quad 0{,}5 \quad 0{,}4 \quad 0{,}3 \quad 0{,}25$

$\tfrac{2}{3}\alpha = 0{,}443 \quad 0{,}438 \quad 0{,}431 \quad 0{,}423 \quad 0{,}416 \quad 0{,}410 \quad 0{,}405 \quad 0{,}399 \quad 0{,}398$.

Ist die Krone abgerundet, so bewirkt das Adhärieren des Strahles an die Wehrkrone eine Zunahme von α. Man pflegt dann im Mittel

$$\tfrac{2}{3}\alpha = 0{,}57$$

zu wählen. Vielgebraucht ist für diesen Fall auch die Formel:

$$Q = 0{,}57\, b\, h \cdot \sqrt{2\, g\, h} \cdot \sqrt{1 + 0{,}115\, \frac{c_0^2}{2\, g}}\,.$$

Neuere Formeln:

Nach Fteley und Stearns:

$$Q = \tfrac{2}{3}\, \alpha\, b \sqrt{2\, g} \left[\left(h + 1{,}5 \cdot \frac{c_0^2}{2\, g}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(1{,}5 \cdot \frac{c_0^2}{2\, g}\right)^{\frac{3}{2}}\right]$$

oder, falls das zweite Klammerglied gegen das erste vernachlässigt wird:

$$Q = \tfrac{2}{3}\, \alpha\, b \sqrt{2\, g} \left(h + \frac{1{,}5\, c_0^2}{2\, g}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

Nach Bazin für $b = B$:

$$Q = \left(0{,}405 + \frac{0{,}003}{h}\right)\left(1 + 0{,}55\, \frac{h^2}{t^2}\right) b\, h \sqrt{2\, g\, h}$$

(t = Wassertiefe des Zuflußkanals)

oder mit Annäherung:

$$Q = \left(0{,}425 + 0{,}212\, \frac{h^2}{t^2}\right) b\, h \sqrt{2\, g\, h}\,.$$

Nach Frese:

$$Q = \left(0{,}410 + \frac{0{,}0014}{h}\right)\left(1 + 0{,}55\, \frac{h^2}{t^2}\right) b\, h \sqrt{2\, g\, h}\,.$$

Nach v. Wex für ein Wehr mit Flügeln, die senkrecht zur Achse des Kanals stehen, also in der beiderseitigen Verlängerung der Wehrkrone liegen (B Breite des rechteckigen Querprofils des Zuflußkanals, b Überfallbreite [Wehrlänge] zwischen den Flügeln; die Bedeutung der übrigen Buchstaben s. Fig. 22):

$$(24)\quad \left\{\begin{array}{ll} 1) & Q = \frac{2}{3}\alpha\, b\sqrt{2g}\left(\frac{h}{s_1 - s}\right)\left(s_1^{\frac{3}{2}} - s^{\frac{3}{2}}\right), \\ 2) & s = \frac{c_0^2}{2g}\left[1 + \frac{B-b}{2b}\right], \\ 3) & s_1 = s + h + \frac{4Bk}{bh}\cdot\frac{c_0^2}{2g}\cdot\cos^2\frac{\eta}{2} \end{array}\right\},$$

wobei

$$\tfrac{2}{3}\alpha = 0{,}3655 + 0{,}02357\frac{b}{B} + \frac{0{,}002384}{h} + 0{,}00305\,b$$

und für $b = B$

$$\tfrac{2}{3}\alpha = 0{,}4001 + \frac{0{,}0011}{h} + 0{,}00048\,b$$

genommen werden soll (alle Maße in Metern). s und s_1 haben wieder die Bedeutung von Druckhöhen. Für Wehre ohne Flügel ist $b = B$ zu setzen (vgl. v. Wex, Hydrodynamik).

Beispiel.

In einen Bach, der bei Mittelwasser eine mittlere Breite von 5 m, eine mittlere Tiefe von 1 m hat und 1200 Sekundenliter (Liter pro Sekunde) führt, wird ein Wehr von $b = 4$ m Überfallbreite eingebaut, dessen Krone über dem normalen Wasserstand liegt. Wie groß wird die Höhe h der Stauung über der Wehrkrone, wenn vor dem Überfall durch einen Seitenkanal 200 Sekundenliter abgeführt werden?

Auflösung.

Da die Wehrkrone höher liegt als der Unterwasserspiegel (Tiefe des Unterwassers = 1 m), so ist der Überfall ein vollkommener. Der Querschnitt (Querprofil) $F = 5 \cdot 1 = 5$ qm. Da $F c_0 = Q$, so ergibt sich

$$5 \cdot c_0 = 1{,}2 \qquad (1200\ \text{l} = 1{,}2\ \text{cbm})$$
$$c_0 = 0{,}24\ \text{m}\,,$$

und mit diesem Werte aus Gleichung (22″) ($\frac{2}{3}\alpha = 0{,}57$) für die überfallende Wassermenge:

$$1{,}2 - 0{,}2 = 0{,}57 \cdot 4\sqrt{2 \cdot 9{,}81} \cdot \left(h + \frac{0{,}24^2}{2 \cdot 9{,}81}\right)^{\frac{3}{2}},$$

$$\left(h + \frac{0{,}24^2}{2 \cdot 9{,}81}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{0{,}57 \cdot 4 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81}}\,,$$

$$h = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{0{,}57 \cdot 4 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81}}\right)^2} - \frac{0{,}24^2}{2 \cdot 9{,}81}$$

$$\underline{h} = 0{,}138 - 0{,}003 = \underline{0{,}135\ \text{m}}\,.$$

§ 23. Unvollkommener Überfall.

(Überfall über Grundwehre.)

Der Überfall heißt unvollkommen, wenn die Wehrkrone unterhalb des Unterwasserspiegels liegt (Fig. 23).

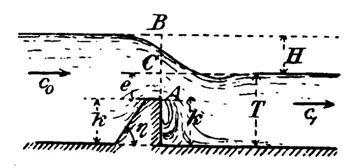


Fig. 23.

Die überfallende Wassermenge setzt sich (analog § 21, II. Fall) aus zwei Teilen Q_1 und Q_2 zusammen. Die erstere entspricht der Überfallsmenge eines vollkommenen

Überfalls von der Höhe $BC = H$, dessen Wehrkrone durch den Punkt C bezeichnet wird, und die andere entspricht der Wassermenge, die durch die untergetauchte Öffnung AC von der Höhe e fließt.

Das Wehr stehe wieder senkrecht zur Achse des Wasserlaufs. Man hat demnach nach § 22 (b Breite des Überfalls)

$$Q_1 = \tfrac{2}{3}\,\alpha\, b\sqrt{2g}\left[\left(H + \frac{c_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{c_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}}\right]$$

und nach § 20, Gleichung (18′)

$$Q_2 = \alpha_1\, b\, e\sqrt{2g\left(H + \frac{c_0^2}{2g}\right)},$$

also

$$(25)\quad \begin{cases} Q = \tfrac{2}{3}\,\alpha\, b\sqrt{2g}\left[\left(H + \frac{c_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{c_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}}\right] \\ \quad + \alpha_1\, b\, e\sqrt{2g\left(H + \frac{c_0^2}{2g}\right)} \end{cases}$$

oder nach einiger Umformung

$$(25')\quad \begin{cases} Q = \tfrac{2}{3}\,\alpha\, b\left[\left(H + \frac{c_0^2}{2g}\right)\sqrt{2g\left(H + \frac{c_0^2}{2g}\right)} - \frac{c_0^2}{2g}\cdot c_0\right] \\ \quad + \alpha_1\, b\, e\sqrt{2g\left(H + \frac{c_0^2}{2g}\right)} \end{cases}$$

oder mit Vernachlässigung von c_0 aus Gleichung (25)

$$(26)\qquad \underline{Q = \tfrac{2}{3}\,\alpha\, H b\sqrt{2gH} + \alpha_1\, e\, b\sqrt{2gH}},$$

$$(26')\qquad \underline{Q = b\sqrt{2gH}\,(\tfrac{2}{3}\,\alpha\, H + \alpha_1 e)}.$$

Aus Gleichung (26) folgt für die Tiefe e der Wehrkrone unter dem Unterwasserspiegel:

$$(26'') \quad e = \left(\frac{Q}{b\sqrt{2\,g\,H}} - \tfrac{2}{3}\alpha\,H\right)\frac{1}{\alpha_1} = \frac{Q}{\alpha_1\,b\sqrt{2\,g\,H}} - \frac{\tfrac{2}{3}\alpha}{\alpha_1}H.$$

Anmerkung.

$\tfrac{2}{3}\alpha = 0{,}57$ (vgl. § 22). Für $b = B$ ist

α_1 bei $\left\{\begin{matrix}\text{scharfer}\\ \text{abgerundeter}\end{matrix}\right\}$ Wehrkrone $= \left\{\begin{matrix}0{,}7\\ 0{,}8\end{matrix}\right\}$

(einseitige Kontraktion).

Die v. Wexschen Formeln.

Für ein Wehr mit Flügeln, die senkrecht zu der Achse des Kanals stehen, also in der beiderseitigen Verlängerung der Wehrkrone liegen, und für ein rechteckiges Kanalprofil:

$$(25)\left\{\begin{aligned}
&1)\quad Q = Q_1 + Q_2\\
&2)\quad Q_1 = \tfrac{2}{3}\alpha\,b\sqrt{2\,g}\left(s_1^{\frac{3}{2}} - s^{\frac{3}{2}}\right),\\
&3)\quad Q_2 = \tfrac{2}{3}\alpha_1 b\sqrt{2\,g}\left(\frac{T - k - \frac{n\,c_1^2}{2\,g}}{s_2 - s_1}\right)\left(s_2^{\frac{3}{2}} - s_1^{\frac{3}{2}}\right),\\
&4)\quad s = \frac{c_0^2}{2\,g}\left(1 + \frac{B - b}{2\,b}\right),\\
&5)\quad s_1 = s + H + \frac{n\,c_1^2}{2\,g},\\
&6)\quad s_2 = s_1 + \frac{2\,c_0^2\,B\,k\cos^2\frac{\eta}{2}}{b\,g\left(T - k - \frac{n\,c_1^2}{2\,g}\right)}.
\end{aligned}\right.$$

Hierin bedeutet T die mittlere Tiefe des ungestauten Wassers, B die Kanalbreite, b die Überfallbreite (Wehrlänge) zwischen den Flügeln; die übrigen Buchstaben erklären sich aus Fig. 23; $n = 0{,}67$; s, s_1 und s_2 haben wieder die Bedeutung von Druckhöhen. Das Glied $\frac{n c_1^2}{2g}$ bringt die saugende Wirkung des Unterwassers zum Ausdruck. (Weiteres siehe bei v. Wex, Hydrodynamik.)

Anmerkungen.

1. Bei kleiner Höhe e des untergetauchten Teiles des Überfalls läßt sich Q_2 berechnen auch nach der Formel:

$$Q_2 = \alpha_1 b \left(T - k - \frac{n c_1^2}{2g}\right) \sqrt{2g\left(\frac{s_1 + s_2}{2}\right)} .$$

2. Bei Druckhöhen H zwischen 0,196 m und 0,341 m ist

$$\tfrac{2}{3}\alpha = 0{,}4001 + \frac{0{,}00316}{H} + 0{,}00048\, b ,$$

$$\alpha_1 = 0{,}5274 + 0{,}00048\, b$$

und bei größeren Druckhöhen H

$$\tfrac{2}{3}\alpha = 0{,}4001 + \frac{0{,}00244}{H} + 0{,}00048\, b ,$$

$$\alpha_1 = 0{,}5346 + 0{,}00048\, b .$$

(Alle Maße in Metern.)

3. Für Wehre ohne Flügel ist $b = B$ zu setzen.

III. Kapitel.

Die Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen.

§ 24. Allgemeines. Geschwindigkeitsparabel.

Da die Sohle eines künstlichen oder natürlichen Wasserlaufs eine schiefe Ebene vorstellt, so müßte nach physikalischen Gesetzen die Bewegung des Wassers in einem Wasserlauf eine unter der konstanten Einwirkung der Schwere sich vollziehende gleichförmig beschleunigte sein. Die Erfahrung lehrt aber, daß diese Bewegung nur eine gleichförmige ist. Die Ursache liegt in den Widerstandskräften der Reibung. An den mehr oder weniger glatten Wandungen und der Sohle findet eine Adhäsionswirkung statt, die die Bewegung der adhärierenden Wasserschichten hemmt. Diese Verlangsamung der Bewegung der äußersten Schichten überträgt sich infolge der Kohäsion auf die zunächst nach innen folgenden, deren Bewegung dadurch ebenfalls vermindert wird usf.

Wären diese hemmenden Kräfte bei der Wasserbewegung in einem Flusse oder Kanale allein im Spiele, so müßte die größte Geschwindigkeit in der mittleren Zone der Oberfläche auftreten. Dies trifft aber nicht vollständig zu. Die Stelle größter Geschwindigkeit liegt für jeden Querschnitt etwas tiefer als die Oberfläche. Die Ursache liegt zum kleinsten Teile in dem Reibungswiderstande der Luft mit den im Spiegel befindlichen Wasserteilchen, zum größten Teile in den hemmenden Wirbeln, welche auf der Sohle durch die Stöße des Wassers an deren Unebenheiten entstehen, sich durch die Flüssigkeit nach oben fortpflanzen und Unebenheiten des Spiegels (Wellen) erzeugen. Dazu tritt noch die Verdunstung am

Spiegel, durch welche immer neue Teilchen in den Spiegel treten, was eine Abnahme der lebendigen Kraft der Oberflächenhaut zur Folge hat. Nach neueren Untersuchungen scheint auch jedes Wasserteilchen Drehbewegungen um eine horizontale, der Achse des Wasserlaufs parallele Achse auszuführen, die zusammen mit der stromabwärtsgerichteten Bewegung Spiralbewegungen des Teilchens hervorruft. Nach Stearns steigt das Wasser in jeder Hälfte eines Flusses an den Ufern empor, bewegt sich dann der Strommitte zu, um sich dort wieder gegen die Tiefe zu kehren. Dieser letztere Teil der Bewegung scheint der Grund zu der Bildung einer der Stromachse parallelen Rinne auf der Sohle zu sein, die gewöhnlich den Ort der Punkte größter Tiefe darstellt. Legt man durch diese Rinne eine Zylinderfläche mit vertikalen Mantellinien, so schneidet diese den Spiegel längs einer Linie, die man als Stromstrich bezeichnet. In jedem Querschnitt (Querprofil) liegt vertikal unter dem den Stromstrich bezeichnenden Punkt des Spiegels der Punkt größter Geschwindigkeit des Profils.

Jedem Punkte eines Querprofils entspricht im allgemeinen eine bestimmte Geschwindigkeit als Mittelwert. Ferner beobachtet man für einen und denselben Punkt eines Querprofils einen fortgesetzten raschen und kleinen Wechsel der Geschwindigkeit (Pulsationen oder Turbulenz der Flüssigkeit), die ihre Ursache in den an den Unebenheiten des Bettes sich bildenden und durch die ganze Wassermasse sich fortpflanzenden Wirbeln hat. Der Mittelwert dieser verschiedenen Geschwindigkeiten für denselben Profilpunkt läßt sich aber als konstant, d. h. von der Zeit unabhängig, betrachten. Bei natürlichen Wasserläufen ändert sich dieser Mittelwert nur mit dem Ort des Punktes und die Bewegung ist statio-

när; bei Kanälen mit konstantem Querprofil ist er für gleichliegende Punkte der Profile von demselben Werte, d. h. die Bewegung ist gleichförmig.

Verbindet man diejenigen Punkte des Querprofils, für welche diese (mittlere) Geschwindigkeit denselben Wert hat, durch stetige Kurven, so entstehen die Kurven gleicher Geschwindigkeit oder Isotachen (Fig. 24). Ihr Verlauf ist von der Mitte des Bettes an ziemlich horizontal, um dann rasch an den Wänden entlang in die Höhe zu steigen mit der Tendenz, oberhalb des Spiegels sich wieder zu schließen und einen zentralen Kern zu

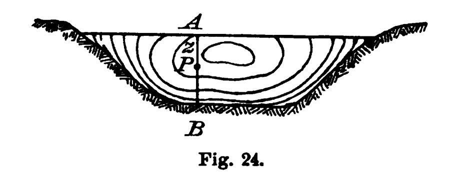


Fig. 24.

bilden, dessen Geschwindigkeit im allgemeinen größer ist als die größte Geschwindigkeit an der Oberfläche. Im allgemeinen liegt dieser zentrale Kern größter Geschwindigkeit in der Nähe des Spiegels.

Ist AB (Fig. 24) eine beliebige Vertikale des Querprofils, so liegt auch für diese Vertikale der Punkt größter Geschwindigkeit v_{max} gewöhnlich für natürliche Wasserläufe unterhalb des Spiegelpunktes A, für Kanäle mit rechteckigem Querschnitt nach Bazin im Spiegelpunkte A. Im Sohlenpunkte B der Vertikalen findet sich ein Minimum der Geschwindigkeit.

Trägt man daher (Fig. 25) in einer Zeichenebene, in welcher $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ = der Länge AB der Fig. 24 gemacht worden ist, in jedem Punkte P von $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$, der in der

Tiefe z unter dem Spiegelpunkte 𝔄 liegt, die in P herrschende Geschwindigkeit v_z als Ordinate senkrecht zu 𝔄𝔅 ab, so bildet die Linie der Endpunkte die Geschwindigkeitskurve der Vertikalen AB. Diese Kurve weist bei natürlichen Wasserläufen ihre größte seitliche Ausbuchtung etwas unterhalb des Punktes 𝔄 auf.

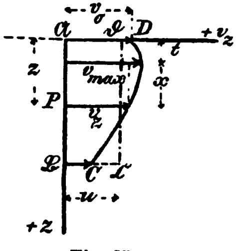


Fig. 25.

Man nimmt auf Grund der Erfahrung diese Kurve als eine Parabel an, deren Achse parallel dem Wasserspiegel ist und die in bezug auf Fig. 25 die Gleichung hat:

$$v_z = v_{\max} - \frac{v_{\max} - v_0}{t^2}(z - t)^2 , \tag{26}$$

wo t die Tiefe der Stelle größter Geschwindigkeit unter dem Spiegel, v_0 die Geschwindigkeit im Spiegelpunkte 𝔄 bezeichnet.

Nach den am Mississippi angestellten Versuchen ist t von der Stärke des Windes abhängig. Der Wert von t ist kleiner bei stromabwehendem als bei stromaufwehendem Winde. Die Differenz der größten Geschwindigkeit (in 𝔄) und der kleinsten (in 𝔅) ist immer ein sehr kleiner Bruchteil der mittleren Geschwindigkeit u der Vertikalen.

Nach Bazin liegt bei Kanälen mit rechteckigem Querschnitt der Scheitel der Parabel im Spiegelpunkte 𝔄 (Fig. 26) gemäß der Gleichung

$$v_z = v_{\max} - 20\sqrt{Jh} \cdot \frac{z^2}{h^2} . \tag{27}$$

Über die Bedeutung von J vgl. den Schluß dieses Paragraphen.

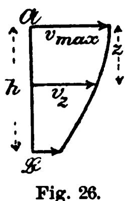


Fig. 26.

Zieht man in Fig. 25 eine Parallele $\mathfrak{C}\mathfrak{D}$ zu $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$, so daß der Inhalt des Rechtecks $\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}\mathfrak{D}$ = dem Inhalt der parabolisch begrenzten Figur $\mathfrak{A}\mathfrak{B}CD$, so nennt man dessen Breite $\mathfrak{A}\mathfrak{D} = \mathfrak{B}\mathfrak{C}$ die **mittlere Geschwindigkeit** u der Vertikalen AB.

Nach Hagen läßt sich annehmen

$$u : v_0 = 6 : 7 .$$

Nach v. Wagner:

$u = 0{,}80\, v_0$, wenn $v_0 \leqq 0{,}7$ m

$u = 0{,}85\, v_0$, „ $0{,}7 < v_0 \leqq 1{,}2$ m pro Sek.

$u = 0{,}90\, v_0$, „ $1{,}2 < v_0 < 3$ „ „ „

Trägt man in der Ebene des Spiegels je im oberen Endpunkt A einer Vertikalen senkrecht zur Ebene des Querprofils die zugehörige mittlere Geschwindigkeit u der betreffenden Vertikalen ab, so liegen die Endpunkte dieser Ordinaten wieder in einer Parabel (Horizontalparabel der mittleren Geschwindigkeiten).

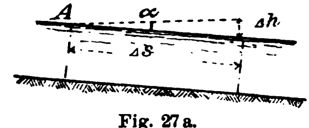



Fig. 27 a.

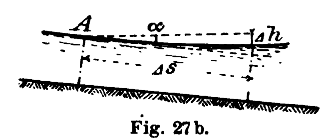


Fig. 27 b.

Legt man in der Richtung des Wasserlaufs ein Längenprofil durch denselben, so erscheint in diesem der Spiegel bei nichtgestautem Wasser als eine gegen den Horizont schwach geneigte Gerade, bei gestautem Wasser

als eine flache Kurve (Staukurve). Die Senkung Δh dieser Spiegellinie (Fig. 27a u. b) zwischen zwei Querprofilen, die um Δs voneinander entfernt sind, heißt das auf diese Entfernung kommende (absolute) Spiegelgefälle.

Das auf die Einheit dieser Entfernung kommende Gefälle $J = \frac{\Delta h}{\Delta s}$ bzw. $J = \frac{dh}{ds}$ heißt relatives Gefälle des Spiegels oder kurz Gefälle in A im engeren Sinne. Für dieses relative Gefälle folgt aus Fig. 27a u. b, wenn mit großer Näherung Δs = der Länge des Bogenelements des Spiegels genommen wird:

$$J = \sin\alpha \,, \tag{27}$$

wo α den Winkel bezeichnet, den die in A an die Spiegellinie gezogene Tangente mit der Horizontalen bildet. Bei nichtgestautem Wasser (Fig. 27a) ist α für alle Stellen des ganzen Wasserlaufs konstant.

§ 25. Die mechanischen Mittel zur Messung der Geschwindigkeit.

Die hauptsächlichsten diesbezüglichen Apparate zerfallen in zwei Klassen. Die erste Klasse umfaßt diejenigen Instrumente, die als feste Körper der Wasserströmung frei überlassen werden (Schwimmer), die andere Klasse schließt diejenigen Apparate in sich, auf welche die lebendige Kraft des strömenden Flußwassers dynamische oder statische Wirkungen ausübt, deren Größe eine Funktion der Geschwindigkeit ist, so daß aus dem Maß dieser Wirkungen letztere aufgefunden werden kann.

I. Schwimmer.

Man nimmt hierbei an, daß die Geschwindigkeit des in einer gewissen Tiefe befindlichen Schwimmers gleichwertig ist der Wassergeschwindigkeit in dieser Tiefe. Die einfachsten Apparate dieser Art sind Glasflaschen oder sonstige schwimmende Körper.

Hierher gehören besonders:

Der Stab des Cabeo (hydrometrischer Stab): Eine enge hohle Blechröhre schwimmt mit ihrer Achse nahezu vertikal. Zur Erhaltung dieser Lage dienen kleine beschwerende Metallstücke, die ins Innere der Röhre gebracht werden.

Zwei Hohlkugeln von gleichem Durchmesser aus Metallblech, die durch einen Draht von beliebiger Länge miteinander verbunden werden können. Durch Einfüllen von Wasser in die Kugeln und durch Anwendung eines Drahtes von geeigneter Länge läßt sich stets erreichen, daß die eine der verbundenen Kugeln in der Nähe der Oberfläche, die andere in der gewünschten Tiefe schwimmend erhalten wird. Beobachtet man dann die Geschwindigkeit v_1, welche die obere Kugel annimmt, wenn sie allein schwimmt, und die Geschwindigkeit V der verbundenen Kugeln, so ist, wenn v_2 die Geschwindigkeit der tieferen Kugel bedeutet, falls sie allein in der betreffenden Tiefe schwimmen würde,

$$V = \frac{v_1 + v_2}{2},$$

woraus

$$v_2 = 2V - v_1$$

sich ergibt.

II. Instrumente, die auf der statischen oder dynamischen Wirkung der lebendigen Kraft des Wassers beruhen.

a) Die Röhren von Pitot.

Von zwei nicht zu engen, oben und unten offenen, vertikalen Glasröhren a und b (Fig. 28), welche auf einer Platte nebeneinander befestigt sind, ist die eine unten rechtwinklig umgebogen und der umgebogene Schenkel in eine trichterförmige Röhre ausgezogen. Stellt man das Instrument vertikal so in die Strömung, daß der umgebogene Schenkel der Strömung direkt entgegengesetzt ist und in der Tiefe des Beobachtungspunktes sich befindet, so tritt in beide Röhren Wasser ein. In der geraden Röhre steigt das Wasser bis zum Spiegel des Flusses, in der gebogenen höher um einen Betrag, der der Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$ proportional ist, so

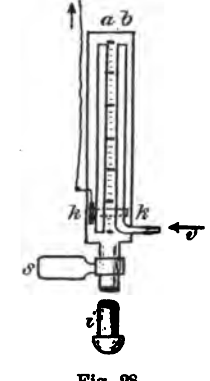


Fig. 28.

daß sich setzen läßt für die Geschwindigkeit in der Tiefe des umgebogenen Schenkels

$$v = c\sqrt{2gh}$$

oder

$$v = \mu\sqrt{h}\,,$$

wo h den Höhenunterschied der Spiegel in beiden Röhren und μ eine Konstante des Instruments bedeutet, die am besten empirisch bestimmt wird. Um den Unterschied h

ablesen zu können, befindet sich zwischen beiden Röhren eine Skala, deren Nullpunkt am besten in der Tiefe des umgebogenen Schenkels liegt, so daß sich die Tiefe des Beobachtungspunktes unter dem Spiegel des Flusses unmittelbar ablesen läßt. Um die Ablesung von *h* bequem ausführen, d. h. außerhalb des Wassers vornehmen zu können, lassen sich beide Wassersäulen nach eingetretenem Gleichgewichtszustand durch einen am unteren Ende der Röhren befindlichen, mittels eines Drahtes von oben drehbaren Hahn *k* gegen das Flußwasser abschließen, worauf das Instrument zur Bestimmung von *h* aus dem Wasser genommen werden kann.

Reichenbach hat durch Anbringen eines Fußes *i* und einer Steuerfahne *s* die Vertikalstellung und Orientierung des Apparates nach der Stromrichtung erleichtert. Weitere Verbesserungen stammen von Darcy (vgl. Bauernfeind, Elemente der Vermessungskunde).

b) Der Woltmannsche Flügel.

(R. Woltmann, Theorie und Gebrauch des hydrometrischen Flügels, Hamburg 1790.)

Eine horizontale Welle *a* (Fig. 29) trägt an einem Ende ein Flügelrad, dessen drei bis fünf Flügel *F* Flächen darstellen, die zur Achse *a* schräg gestellt sind. Die Welle *a* trägt eine Schraube ohne Ende *S*, die in das Zahnrad *b* eingreift, mittels dessen ein Zählwerk in Betrieb gesetzt wird, das in Fig. 29 durch das Zahnrad *c* schematisch vorgestellt sein soll und vermöge dessen die Umdrehungszahl der Welle *a* innerhalb einer gewissen Zeit ermittelt werden kann. Diese Welle *a* sitzt gelagert in einem bogenförmigen Träger *d*, der mittels einer verschiebbaren Hülse an dem vertikalen Stabe *f* verschoben werden kann. Das Zahnrad *b* ist gelagert auf einem Hebel *gh*,

der um den Punkt g des Trägers d drehbar ist und dessen anderes Ende h durch den Träger d mittels eines ausgesparten Schlitzes von genügender Länge hindurchgeht. Das Ende h dieses Hebels kann durch eine Schnur s von oben durch den Beobachter gehoben oder gesenkt werden, wodurch bei einer Drehung der Welle a das Zählwerk in Betrieb gesetzt oder ausgeschaltet werden kann. Soll nun für irgend einen Punkt eines Querprofils eine Geschwindigkeitsmessung vorgenommen werden, so bringe

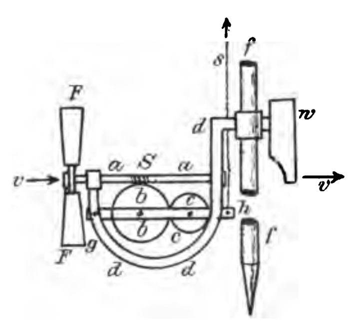


Fig. 29.

man die Welle a in jenen Punkt, so daß ihre Achse horizontal in die Strömungsrichtung fällt, was durch eine Steuerfahne w, durch Aufsetzen des Stabes auf den Boden und vertikale Verschiebung des Trägers d längs des Stabes bis zur gewünschten Höhenlage bewerkstelligt wird. Da nun die Flügel F des Flügelrades gegen die Strömungsrichtung geneigt sind, so bewirkt die lebendige Kraft des strömenden Wassers des Flusses eine Drehung dieses Rades und somit auch der Welle a, deren Umdrehungszahl am eingeschalteten Zählwerk abgelesen wer-

den kann. Nach der Theorie des Flügels (vgl. Rühlmann, Hydromechanik) läßt sich nun setzen

$$v = \alpha + \beta n ,$$

wo n die sekundliche Umdrehungszahl der Welle a, α und β Konstanten des Instrumentes sind, die am besten (bei gegebenen Werten von v) empirisch sich bestimmen lassen. (Methode der kleinsten Quadrate.) Das letztere wird erreicht, indem man das Instrument in ruhendem Wasser mit bekannter Geschwindigkeit fortbewegt und bei dieser Bewegung am Zählapparat die sekundliche Umdrehungszahl n ermittelt. (Vgl.: Über den Gebrauch des hydrometrischen Flügels usf., Zeitschrift für Bauwesen 1875; Bauernfeind, Elemente der Vermessungskunde, und die Lehrbücher über Hydrometrie.)

c) Der Flügel von Harlacher.

(Vgl. Harlacher, Die Messungen in der Elbe und Donau und hydrometrische Apparate und Methoden, Leipzig 1881.)

Die umständliche Handhabung des Woltmannschen Flügels verursacht einen großen Aufwand an Mühe, Zeit und Kosten. Verbessert wurde das Instrument durch Harlacher. Die Steuerfahne dient bei Harlacher nicht mehr zum Einstellen des Instrumentes in die Strömungsrichtung, sondern nur als Gegengewicht gegen den Flügelapparat. Dieser, mit der Fahne fest verbunden, aber nicht mehr um den Stab mittels einer Hülse drehbar, läßt sich durch eine geeignete Führung am Stabe entlang so verschieben, daß das Ganze in jeder Höhenlage sich selbst parallel bleibt und daher, nachdem der Stab auf dem Boden fest aufgesetzt und für irgend einen Punkt der betreffenden Vertikalen AB (vgl. § 24, Fig. 24) in die Strömungsrichtung gebracht worden ist, durch bloße verti-

kale Verschiebung des Rotationsapparates längs dieser Führung die Geschwindigkeit in jedem Punkte der Vertikalen leicht zu ermitteln ist. Außerdem bildet der Stab selbst eine hohle Röhre, innerhalb welcher das Kabel einer elektrischen Batterie läuft. Das Kabel dient an Stelle der Schnur *s* des Woltmannschen Flügels einerseits zum Ein- und Ausschalten des Zählapparates, andererseits dazu, auf elektrischem Wege die Umdrehungszahl der Welle *a* (Fig. 29) auf ein Zählwerk zu übertragen, das auf einem Tische auf dem Boote des Beobachters montiert ist und also die Ablesung der Umdrehungszahl gestattet, ohne daß das Instrument aus dem Wasser herausgenommen werden muß.

Weitere Apparate siehe in den Lehrbüchern über Hydrometrie.

§ 26. Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit für ein gegebenes Querprofil durch Messung.

Für das in Fig. 30 dargestellte, durch geodätische Aufnahmen genau festgestellte Querprofil sei die mittlere Geschwindigkeit v zu bestimmen.

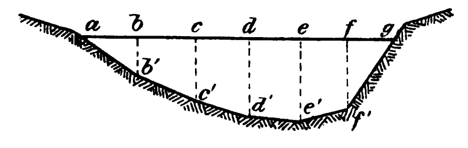


Fig. 30.

Man teile die gegebene Profilfläche durch die Vertikalen bb', cc', dd' usf. in geeignete Abschnitte und bestimme für jede dieser Vertikalen auf nachstehende Weise deren mittlere Geschwindigkeit u:

Man mißt in verschiedenen Tiefen z der betreffenden Vertikalen z. B. dd' mittels eines der in § 25 angegebenen Apparate die zugehörige Geschwindigkeit v_z (Abstände $= 0{,}3$ bis $0{,}5$ m), ebenso am Spiegelpunkte d und in der Sohle d', trägt dann (Fig. 30a) in einer Profilfigur (vgl. § 24) die gemessenen Geschwindigkeiten v_0, v_1, v_2, v_3 usf. als zugehörige Ordinaten für die betreffenden Tiefenpunkte D, P_1, P_2, P_3 usf. senkrecht zu DD' ab ($DD' = dd'$) und konstruiert aus den Endpunkten dieser Ordinaten die Geschwindigkeitskurve der Vertikalen.

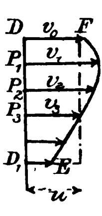


Fig. 30 a.

Man ermittelt nun den Flächeninhalt f der von DD' und der Kurve begrenzten Geschwindigkeitsfläche $DD'EF$ entweder durch Planimeter oder durch Addition der als Trapeze aufzufassenden Teilflächen:

$$f = DP_1 \cdot \frac{v_0 + v_1}{2} + P_1 P_2 \cdot \frac{v_1 + v_2}{2} + P_2 P_3 \cdot \frac{v_2 + v_3}{2} + \ldots$$

und berechnet nach § 24 die mittlere Geschwindigkeit u der Vertikalen aus

$$DD' \cdot u = f:$$

$$u = \frac{f}{DD'}.$$

Hat man auf diese Weise für jede Vertikale das zugehörige u bestimmt, so konstruiert man die horizontale Geschwindigkeitskurve, indem man über einer Horizontalen $AG = ag$ (Fig. 30b), auf welcher die Punkte $B, C, D, \ldots$ so vermerkt sind, daß $AB = ab$, $BC = bc$ usf., in jedem dieser Punkte eine Ordinate, die gleich ist der mittleren Geschwindigkeit u der zugehörigen Vertikalen,

abträgt und die Endpunkte dieser Ordinaten durch eine stetige Kurve verbindet.

Die mittlere Geschwindigkeit v des gegebenen Querprofils vom Inhalte F ist dann eine Ordinate von solcher Länge AJ, daß der Inhalt des Rechtecks $AGKJ$ gleich ist dem Inhalte der von AG und der horizontalen Ge-Geschwindigkeitskurve begrenzten Fläche f'. Bestimmt man nun den Inhalt von f' mittels Planimeters oder durch Addition der Inhalte der als Trapeze oder Dreiecke aufzufassenden Teilfiguren derselben, so wird

$$AG \cdot v = f' ,$$

also

$$v = \frac{f'}{AG} .$$

Fig. 30b.

Eine zweite Methode besteht darin, in den Schwerpunkten der Teilflächen $a b b' = \Delta F_1$, $b b' c' c = \Delta F_2$, $c c' d' d = \Delta F_2$ usf. des gegebenen Querprofils F (Fig. 30) die Geschwindigkeiten w_1, w_2, w_3 usf. durch Messung mittels Flügels zu bestimmen und in der Annahme, daß dieselben die mittleren Geschwindigkeiten der diese Teilflächen passierenden Wassermengen vorstellen, die den ganzen Querschnitt sekundlich durchfließende Wassermenge Q zu berechnen aus:

$$Q = \Delta F_1 \cdot w_1 + \Delta F_2 \cdot w_2 + \Delta F_3 \cdot w_3 + \ldots = \Sigma \Delta F \cdot w .$$

Da aber auch

$$Q = F \cdot v ,$$

so wird

$$F \cdot v = \Sigma \Delta F \cdot w\,,$$

also

$$v = \frac{\Sigma \Delta F \cdot w}{F}\,.$$

§ 27. Grundformel der Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen.

Es sei (Fig. 31) AA' der Spiegel eines mehr oder weniger gestauten Wasserlaufs zwischen den Querprofilen $AB = F$ und $A'B' = F_1$, deren Entfernungen von einem festen Punkte B_0 der Sohle gleich s bzw. $s + \Delta s$ seien.

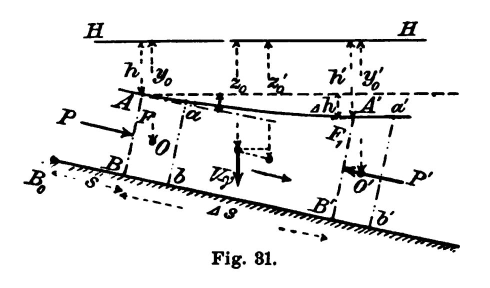


Fig. 31.

Ist die Entfernung $BB' = \Delta s$ klein, so können wir, bei einer Verschiebung der zwischen AB und $A'B'$ liegenden Wassermasse innerhalb einer sehr kleinen Zeit Δt in die Lage $a\,b\,b'a'$, im Sinne der Strombewegung diese Masse als starr betrachten und auf sie den Satz von der Arbeit für einen starren Körper (vgl. Dynamik) anwenden.

Die äußeren Kräfte bei dieser Bewegung bilden zunächst das an jedem Massenteilchen des verschobenen Körpers wirkende Gewicht desselben, dann die Wasser-

drücke auf die Querschnitte AB und $A'B'$ (normal zu diesen gerichtet), ferner die Widerstandskräfte der Reibung an der benetzten Wandungs- und Sohlenfläche zwischen AB und $A'B'$ und endlich die Gegendrücke von Wandung und Sohle, die normal zur Bewegungsrichtung stehen und von denen jeder einzelne daher bei dieser Verschiebung eine Arbeit $= 0$ liefert. Wir können dann die Einzelgewichte, die Drücke auf die Querschnitte und die reibenden Widerstandskräfte je zu einer Resultanten zusammensetzen.

Ist nun $\left\{\begin{matrix} z_0 \\ z_0' \end{matrix}\right\}$ der vertikale Abstand des Schwerpunktes des verschobenen Körpers in der $\left\{\begin{matrix} \text{alten} \\ \text{neuen} \end{matrix}\right\}$ Lage von einer beliebigen horizontalen Ebene H, so ist die Arbeit des Gewichts dieses Körpers bei der kleinen Verschiebung

$$A_1 = V \cdot \gamma(z_0' - z_0) \quad (\gamma \text{ Gewicht der Volumeneinheit})$$
$$= V\gamma z_0' - V\gamma z_0 = \gamma(Vz_0' - Vz_0)\,,$$

wo V das Volumen des Körpers bezeichnet. Nun stellt jedes Glied der Klammer das Körpermoment der bewegten Wassermasse in ihrer alten und neuen Lage in Beziehung auf die horizontale Ebene H vor, also ist in Beziehung auf diese Ebene

$$A_1 = \gamma[\text{Mom. } a\,b\,b'\,a' - \text{Mom. } ABB'A']$$
$$= \gamma[(\text{Mom. } a\,b\,B'A' + \text{Mom. } A'B'\,b'\,a')$$
$$- (\text{Mom. } AB\,b\,a + \text{Mom. } a\,b\,B'A')]$$
$$= \gamma[\text{Mom. } A'B'\,b'\,a' - \text{Mom. } AB\,b\,a]$$
$$= \gamma[(F_1 \cdot B'b')y_0' - (F \cdot Bb)y_0]\,,$$

wo $\begin{Bmatrix} y_0 \\ y_0' \end{Bmatrix}$ die vertikalen Abstände des Schwerpunktes der Teilkörper $\begin{Bmatrix} ABba \\ A'B'b'a' \end{Bmatrix}$ von H bedeuten. Wegen der Kontinuität der Bewegung muß aber dem Inhalt nach

$$ABba = A'B'b'a'$$

oder

$$F \cdot Bb = F_1 \cdot B'b'$$

sein, wodurch sich ergibt

$$A_1 = \gamma \cdot F \cdot Bb[y_0' - y_0] \,.$$

Ist nun $\begin{Bmatrix} v \\ v_1 \end{Bmatrix}$ die Geschwindigkeit des Wassers in $\begin{Bmatrix} F \\ F_1 \end{Bmatrix}$, so wird

$$v = \frac{Bb}{\Delta t}\,, \quad v_1 = \frac{B'b'}{\Delta t}\,,$$

also

$$Bb = v \cdot \Delta t\,, \quad B'b' = v_1 \cdot \Delta t$$

und somit

$$A_1 = \gamma\, F(v \cdot \Delta t)[y_0' - y_0] \,.$$

Die Drücke P und P' auf AB und $A'B'$ lassen sich als hydrostatische Drücke betrachten. Nimmt man bei sehr kleinem Werte der Verschiebung die Schwerpunkte von AB und $A'B'$ ebenfalls in den Tiefen y_0 und y_0' unter H liegend, so sind diese Drücke

$$P = \gamma \cdot F \cdot (y_0 - h) \quad \text{(vgl. § 9, Satz I)}\,,$$

$$P' = \gamma \cdot F_1 \cdot (y_0' - h')\,,$$

wo h und h' die Tiefen der Spiegelpunkte A und A' unter H bedeuten.

Die Arbeit dieser Kräfte bei der Verschiebung wird daher

$$A_2 = P \cdot Bb - P' \cdot B'b'$$
$$= \gamma \cdot F(y_0 - h) \cdot v \Delta t - \gamma F_1 (y_0' - h') \cdot v_1 \Delta t) .$$

Ist nun F_0 der Inhalt eines mittleren Querschnittes zwischen AB und $A'B'$ mit dem benetzten Umfange U_0, so daß die ganze benetzte Fläche des Bettes zwischen AB und $A'B'$ gleich $U_0 \cdot \Delta s$ gesetzt werden kann, so läßt sich der Reibungswiderstand im benetzten Bette proportional der benetzten Fläche $U_0 \Delta s$, sowie einer gewissen Funktion $\varphi(v_0)$ der mittleren Geschwindigkeit v_0 betrachten, mit der das Wasser diesen Querschnitt passieren würde. Dieser Widerstand wäre also

$$R = c \cdot U_0 \cdot \Delta s \cdot \varphi(v_0) \quad (c = \text{Konstante})$$

und die Arbeit des Reibungswiderstandes bei der Verschiebung in der Zeit Δt um den Betrag $v_0 \Delta t$ wird mit großer Näherung:

$$A_3 = (c \cdot U_0 \Delta s \cdot \varphi(v_0)) v_0 \cdot \Delta t .$$

Wir betrachten nun die Zunahme der lebendigen Kraft des verschobenen Körpers in der Zeit Δt. Da die Bewegung stationär, d. h. für irgend einen Raumpunkt desselben die Geschwindigkeit des diesen Punkt passierenden Wasserteilchens unabhängig von der Zeit, also in jedem Augenblicke der Verschiebung konstant ist, so ist die lebendige Kraft des Teiles $a\,b\,B'A'$ zu Beginn und am Ende der Verschiebung von gleichem Werte. Die Zunahme an lebendiger Kraft des ganzen Körpers in der

Zeit Δt ist daher gleich der lebendigen Kraft von $A'B'b'a'$ minus der lebendigen Kraft von $ABba$, also

$$= \tfrac{1}{2} M_1 v_1^2 - \tfrac{1}{2} M v^2$$

(wo M_1 und M die Massen der genannten Teilkörper sind)

$$= \frac{1}{2} \frac{G_1}{g} \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \frac{G}{g} v^2$$

(G und G_1 die Gewichte beider Teilkörper, vgl. Dynamik)

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{F_1 \cdot (v_1 \Delta t) \cdot \gamma}{g} \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \frac{F \cdot (v \Delta t) \cdot \gamma}{g} v^2$$

(γ Gewicht der Volumeinheit).

Mit den vorstehenden Ergebnissen liefert der Satz von der Arbeit:

$$A_1 + A_2 + A_3 = \frac{1}{2} \frac{F_1 \cdot v_1 \Delta t \cdot \gamma}{g} v_1^2 - \frac{1}{2} \frac{F \cdot v \Delta t \cdot \gamma}{g} v^2$$

$$\gamma F (v \Delta t)[y_0' - y_0] + \gamma F (y_0 - h) v \Delta t - \gamma F_1 (y_0' - h') v_1 \Delta t$$
$$- (c\, U_0 \Delta s \cdot \varphi(v_0)) \cdot v_0 \Delta t$$
$$= \frac{1}{2} \frac{F_1 \cdot v_1 \Delta t \cdot \gamma}{g} v_1^2 - \frac{1}{2} \frac{F \cdot v \Delta t \cdot \gamma}{g} v^2$$

oder, da $F v = F' v_1 = F_0 v_0$ (Kontinuitätsgleichung):

$$\gamma [y_0' - y_0] + \gamma (y_0 - h) - \gamma (y_0' - h') - c \frac{U_0}{F_0} \Delta s \cdot \varphi(v_0)$$
$$= \frac{\gamma}{2} \frac{v_1^2}{g} - \frac{\gamma}{2} \frac{v^2}{g},$$

$$\gamma (h' - h) - c \frac{U_0}{F_0} \Delta s \cdot \varphi(v_0) = \frac{(v_1^2 - v^2)\gamma}{2g}.$$

Bezeichnet man das absolute Spiegelgefälle $h' - h$ mit Δh und läßt nach Division mit γ die Konstante des zweiten Gliedes der linken Seite in die Funktion $\varphi(v_0)$ hineintreten, so läßt sich die vorstehende Gleichung schreiben:

$$\Delta h - \frac{U_0}{F_0} \cdot \Delta s \cdot f(v_0) = \frac{v_1^2 - v^2}{2g} . \tag{28}$$

In dieser Form läßt sich das zweite Glied der linken Seite deuten als Verlust an Druckhöhe oder Gefälle auf dem Wege Δs infolge der Reibung; dieser Verlust also proportional dem benetzten Umfange U_0, der Weglänge Δs und einer gewissen Funktion der mittleren Geschwindigkeit (v_0) auf diesem Wege, dagegen umgekehrt proportional dem Querschnittsinhalte F_0.

Nach Versuchen läßt sich setzen (nach Darcy)

$$f(v_0) = B v_0^2 ,$$

wo B eine vom Materiale abhängige Größe bedeutet, über deren weitere Natur zunächst nichts festgestellt werden soll. Dann wird die Grundgleichung der Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen:

$$\Delta h - \frac{U_0}{F_0} \cdot \Delta s \cdot B v_0^2 = \frac{v_1^2 - v^2}{2g} . \tag{28'}$$

§ 28. Staukurve.

Sie gibt die Gestalt des Wasserspiegels an, wenn das Wasser durch ein in den Wasserlauf eingebautes Hindernis angestaut wird.

Nehmen wir in Beziehung auf den vorhergehenden Paragraphen $\Delta s = ds$ (∞ klein), dann wird $v_1^2 - v^2 = dv^2$, also

$$\frac{v_1^2 - v^2}{2g} = d\frac{v^2}{2g},$$

ferner wird

$$\Delta h = dh \quad (\infty \text{ klein}),$$
$$U_0 = U \quad (\text{benetzter Umfang des Querschnittes } AB),$$
$$F_0 = F, \quad v_0 = v,$$

und daher erhält man aus Gleichung (28′)

$$dh - \frac{U}{F} \cdot ds \cdot Bv^2 = d\frac{v^2}{2g}$$

oder auch

$$\frac{dh}{ds} - \frac{U}{F} \cdot Bv^2 = \frac{d\frac{v^2}{2g}}{ds} \tag{29}$$

als **Gleichung der Staukurve**. Sämtliche Größen beziehen sich auf Querschnitt AB im Abstand s von B_0 (vgl. Fig. 31).

Setzt man

$$\frac{dh}{ds} = \sin\alpha = J$$

(relat. Spiegelgefälle im Punkte A des Querschnittes AB, vgl. § 24, Schluß),

ferner den Quotienten

$$\frac{\text{Querschnittsinhalt}}{\text{benetzter Umfang}} = \frac{F}{U} = R$$

(R heißt **hydraulische Tiefe oder Profilradius des Querschnittes** F)

und wendet für praktische Zwecke noch einen Korrektionskoeffizienten $\alpha = 1{,}1$ an, so erhält man als Gleichung der Staukurve die Form:

$$J = \frac{B}{R} v^2 + \alpha \cdot \frac{d\frac{v^2}{2g}}{ds}. \tag{30}$$

Die Integration der Gleichung der Staukurve läßt sich nur für ein mit s stetig veränderliches F und U, also nur für Kanäle durchführen und auch in diesem Fall nur für einen einfachen (rechteckigen oder parabolischen) Querschnitt. Sie führt auf umständliche Rechnungen. Wir verweisen in dieser Hinsicht auf die ausführlicheren Lehrbücher und beschränken uns auf Näherungsmethoden.

Für praktische Zwecke bedient man sich vielfach einer Näherungsform dieser Gleichung.

Wählt man nämlich Δs genügend klein, so läßt sich v_1 nahezu $= v$, d. h. $\frac{d\frac{v^2}{2g}}{ds}$ nahezu $= 0$ setzen, so daß also gemäß Gleichung (28′) in § 27, wenn angenähert $\begin{Bmatrix} F = F_0 = F_1 \\ U = U_0 = U_1 \end{Bmatrix}$ genommen wird, sich ergibt:

$$\Delta h - \frac{U_1}{F_1} \Delta s\, B v_1^2 = 0$$

oder

$$\Delta h = \frac{U_1}{F_1} \Delta s\, B v_1^2 .$$

Da nun

$$v_1 = \frac{Q}{F_1} \quad (Q \text{ sekundl. Wassermenge}),$$

so kommt nach Einsetzen dieses Wertes

$$\Delta h = \frac{U_1}{F_1^3} \Delta s \cdot B Q^2 .$$

Setzt man $B = \frac{1}{k^2}$, so erhält man hieraus als Näherungsform der Gleichung der Staukurve:

$$\Delta h = \left(\frac{Q}{k}\right)^2 \cdot \frac{U_1}{F_1^3} \cdot \Delta s , \tag{31}$$

wo U_1 den benetzten Umfang des Querschnittes F_1 bedeutet.

Aus Gleichung (31) läßt sich für ein gegebenes U_1 und F_1 des Endquerschnittes $A'B'$ (Fig. 35) das zugehörige Gefälle Δh des Spiegels für ein gegebenes kleines Δs näherungsweise berechnen.

Werte von k:

$\frac{U_1}{F_1} =$	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
nach Bazin $k =$	22,2	26,3	29,4	34,1	37,8	39,8	41,9
nach Hagen $k =$	33,4	35,8	37,5	40,1	42,1	43,7	45,0

$\frac{U_1}{F_1} =$	1,4	1,6	1,8	2,0	3,0	4,0	5,0
nach Bazin $k =$	43,5	44,8	46,0	47,0	50,2	52,2	53,5
nach Hagen $k =$	46,2	47,3	48,2	49,1	52,5	55,0	57,2

§ 29. Näherungskonstruktion der Staukurve.

In der Praxis ist meistens die Höhenlage C des gestauten Wasserspiegels über der Wehrkrone durch die Rücksicht auf die anliegenden Ländereien gegeben, die

vor Überschwemmung geschützt sein sollen (Fig. 32). Teilt man nun im Längenprofil vom Wehr aus die Flußstrecke in eine größere Anzahl Teile von den beliebigen, aber genügend kleinen Teilen Δs_1, Δs_2, Δs_3 usf. und konstruiert auf Grund geodätischer Aufnahmen die den Teilpunkten entsprechenden Querprofile, in welchen die Lage des Spiegels noch unbestimmt ist, so können wir Formel (31) in § 28 auf jedes dieser Intervalle in folgender Weise anwenden:

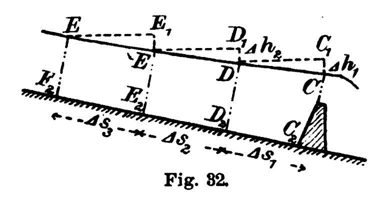


Fig. 32.

Wir betrachten für das Intervall Δs_1 den unmittelbar vor dem Wehr gelegenen Querschnitt $C C_2$, in welchem durch die gegebene Höhenlage des Punktes C der Wasserspiegel und damit U_1 und F_1 dieses Querschnittes gegeben sind. Mit Hilfe dieser Werte bestimmen wir aus

$$\Delta h_1 = \left(\frac{Q}{k}\right)^2 \cdot \frac{U_1}{F_1^3} \Delta s_1 \qquad \text{[Gleichung (31), vgl. § 28]}$$

den zugehörigen Wert von Δh_1. Macht man nun die Vertikale $C C_1$ gleich dem berechneten Δh_1 und zieht durch C_1 die Horizontale, so bestimmt deren Schnittpunkt D mit dem folgenden Querprofil $D D_2$ den diesem Profil entsprechenden Punkt D der Staukurve.

Dann verfährt man in gleicher Weise für das Intervall Δs_2, indem man nun für das durch den Punkt D voll-

ständig bestimmte Querprofil DD_2 die Werte U_1 und F_1 berechnet, aus obiger Gleichung (31) den zu Δs_2 gehörigen Wert von Δh_2 ermittelt, $DD_1 = \Delta h_2$ macht und mittels der durch D_1 gezogenen Horizontalen den Kurvenpunkt E des Profils EE_2 bestimmt usf.

§ 30. Näherungswerte für Stauweite und Stauhöhe.

I. Stauweite $AK = L$ (Fig. 33).

Unter Stauweite versteht man die Entfernung des Anfangspunktes A der Staukurve vom Wehr.

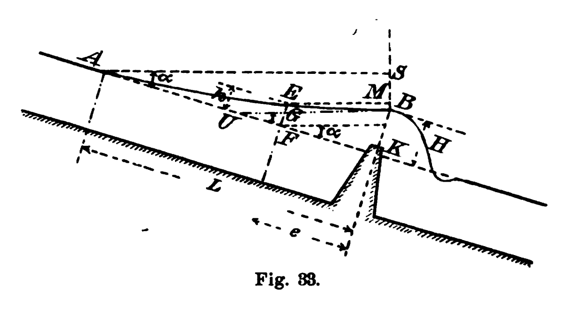


Fig. 33.

Die Staukurve ist im allgemeinen eine flache nach unten konvexe Kurve, die in ihrem vertikal über der Wehrkrone gelegenen Punkte B eine horizontale Tangente hat, welche den verlängerten ursprünglichen Wasserspiegel in U schneidet. Betrachtet man die Kurve als flache Parabel oder angenähert als Kreisbogen, so ist

$$UB = UA \quad \text{(Tangenten),}$$

also angenähert

$$L = 2\,AU = 2\,UB = 2\,\frac{H}{\sin\alpha}$$

oder

$$L = \frac{2H}{J} \tag{32}$$

(J relatives Gefälle des ungestauten Spiegels, vgl. § 24).

II. Höhe des Staus $FE = h$ in der Entfernung e vom Wehr (Fig. 33):

$$h = FE = FG + EG .$$

Nun ist

$$FG = UF \cdot \operatorname{tg}\alpha = (UK - FK)\operatorname{tg}\alpha = (UK - e)\operatorname{tg}\alpha$$
$$= UK\operatorname{tg}\alpha - e\operatorname{tg}\alpha = H - e\operatorname{tg}\alpha .$$

Setzt man für den kleinen Winkel α

$$\operatorname{tg}\alpha = \sin\alpha = J,$$

so wird

$$FG = H - eJ$$

(H Höhenunterschied von Ober- und Unterwasserspiegel).

Betrachtet man ferner B als Scheitel der Parabel und die nahezu vertikale Gerade KBS als Achse derselben und zieht die Horizontalen AS und EM, so folgt für die Parabel

$$BM : BS = EM^2 : AS^2$$

oder, da MS nahezu in die Verlängerung von KB fällt,

$$= \left(\frac{e}{\sin\alpha}\right)^2 : \left(\frac{L}{\sin\alpha}\right)^2 = e^2 : L^2 .$$

Aber es ist nahezu

$$BS = KS - H = L\operatorname{tg}\alpha - H = LJ - H = 2H - H = H$$

[vermöge Gleichung (32)]

und

$$BM = EG ,$$

daher wird

$$EG : H = e^2 : L^2,$$

also

$$EG = \frac{He^2}{L^2} = \frac{He^2}{\left(\frac{2H}{J}\right)^2} = \frac{e^2 J^2}{4H}.$$

Mit den gefundenen Werten von FG und EG wird

$$h = H - eJ + \frac{e^2 J^2}{4H} \tag{33}$$

(Näherungsformel für die Erhebung h des Spiegelpunktes E über den ungestauten Spiegel im Querprofil mit der Entfernung e vom Wehr).

§ 31. Formeln für die mittlere Geschwindigkeit für ein gegebenes Querprofil.

Aus der Grundformel (28′) in § 27 folgt für ein kleines Δs, wenn, wie bei Wasserläufen mit wenig veränderlichem oder konstantem Querschnitt,

$$v_1 = v$$

gesetzt wird:

$$\Delta h - \frac{U_0}{F_0} \Delta s \cdot B v_0^2 = 0.$$

Setzt man allgemein statt $\frac{U_0}{F_0}$ den für die betrachtete kleine Länge Δs ziemlich konstanten Wert $\frac{U}{F}$ und statt v_0 den Wert v, so kommt mit großer Annäherung:

$$v = \sqrt{\frac{F}{U} \cdot \frac{\Delta h}{\Delta s} \cdot \frac{1}{B}}$$

und bei unendlich kleinem Δh und Δs:

$$v = \sqrt{\frac{F}{U} \cdot \frac{dh}{ds} \cdot \frac{1}{B}},$$

ferner mit Beziehung auf die in § 28 gegebenen Bezeichnungen:

$$v = k\sqrt{R \cdot J}\,. \tag{34}$$

In dieser Formel bedeutet für den gegebenen Querschnitt R die hydraulische Tiefe

$$\left(R = \frac{\text{Inhalt } F}{\text{benetzter Umfang } U}\right)$$

und J das Spiegelgefälle $\sin\alpha$, wo α der Winkel der Tangente im oberen Ende A dieses Querschnittes an die Spiegelkurve mit der Horizontalen ist (Fig. 34a); v ist die mittlere Geschwindigkeit des den gegebenen Querschnitt F durchfließenden Wassers.

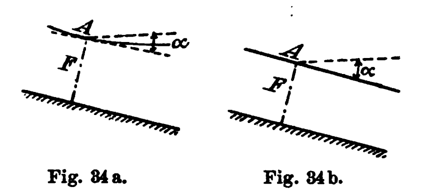


Fig. 34 a. Fig. 34 b.

Für nichtgestaute Kanäle ist sowohl R als $J = \sin\alpha$ für alle Querschnitte von konstantem Werte (Fig. 34b), da der Spiegel im Längenprofil eine zur Sohle parallele Gerade darstellt. Daher ist für diese auch v für alle Querschnitte konstant. Für nichtgestaute natürliche Wasserläufe ist J ebenfalls für alle Querschnitte konstant.

In dem Faktor $k = \sqrt{\frac{1}{B}}$ drückt sich in erster Linie der Einfluß des Materials und der Rauhigkeit der Wände des Bettes aus. Nach den neueren Anschauungen ist aber k keine Konstante, sondern selbst eine Funktion von v und R und kann nur durch Versuche bestimmt werden. Außerdem läßt sich durch geeignete Wahl von k der Einfluß der Mangelhaftigkeit der Theorie, die infolge der zahlreichen Näherungsmethoden notwendigerweise sich ergeben muß, wieder ausgleichen.

Wir geben im folgenden die gebräuchlichsten Formeln für v, die im allgemeinen die Form der Gleichung (34) aufweisen, vielfach auch von ihr abweichen, aber auf ihrer Grundlage empirisch gewonnen worden sind:

Nach Eytelwein:

$$v = 50{,}9\sqrt{RJ} \tag{35}$$

(k konstant; für Kanäle sehr gebräuchlich).

Nach Lahmeier:

$$v = \frac{1}{\sqrt[3]{A^2}} \sqrt[3]{(RJ)^2},$$

wo für kleine Wasserläufe $A = 0{,}000361$,
„ große „ $A = 0{,}000425$.

Nach de Prony:

$$\alpha v + \beta v^2 = RJ,$$

wo $\alpha = 0{,}000044$, $\beta = 0{,}000309$.

Nach Humphreys und Abbot (abgekürzte Formel):

$$v = \left(\sqrt[4]{69\, R_1 \sqrt{J}} - 0{,}0214\right)^2,$$

wo

$$R_1 = \frac{F}{U + \text{Wasserspiegelbreite}}$$

$$\left(\text{bei großen Flüssen } R_1 = \text{ca. } \frac{R}{2}\right).$$

Nach Grebenau (verbesserte Formel von Humphreys und Abbot):

$$v = \beta k_1 \sqrt{R_1 \sqrt{J}} \quad (R_1 \text{ wie oben}),$$

wo

$$k_1 = 8{,}28972$$

und für

F	bis 1 qm	1—5 qm	5—10 qm	20—400 qm	über 400 qm
$\beta =$	0,8543	0,8796	0,8890	0,9223	0,9459 .

Nach Bazin und Darcy:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \frac{\beta}{R}}} \sqrt{RJ},$$

wo für	α	β
Kanäle mit glatten Wänden aus Zement ohne Sand oder gehobelten Brettern	0,00015	0,0000045
glatte Kanäle aus Holz, Ziegeln oder behauenen Steinen	0,00019	0,0000133
Kanäle aus weniger glatten Bruchsteinen	0,00024	0,000060
Kanäle mit Erdwänden	0,00028	0,00035
Wasserläufe mit Geschiebe oder Gerölle	0,00040	0,00070.

Nach Ganguillet und Kutter (gebräuchlichste Formel für Flüsse und Kanäle):

$$v = \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0{,}00155}{J}}{1 + \left(23 + \frac{0{,}00155}{J}\right) \cdot \frac{n}{\sqrt{R}}} \cdot \sqrt{RJ}, \tag{36}$$

wo für	n im Mittel
Kanäle von sorgfältig gehobeltem Holz und glattem Zement	0,010
Kanäle aus gewöhnlichen Brettern	0,012
„ „ behauenen Quadern und gut gefügten Backsteinen	0,013
Kanäle aus Bruchsteinen	0,017
Kanäle in Erde; Bäche, Flüsse	0,025
Gewässer mit gröberen Geschieben und mit Wasserpflanzen	0,030.

Nach Kutter (vereinfachte Formel von Ganguillet und Kutter (s. o.):

$$v = \frac{100\sqrt{R}}{b + \sqrt{R}}\sqrt{RJ},$$

wo b der Rauhigkeitsstufe entsprechend zwischen 0,12 und 2,44 schwankt und zwölf Rauhigkeitsstufen angenommen sind:

Stufe	I	$b = 0{,}12$	Stufe	VII	$b = 0{,}56$
„	II	$= 0{,}15$	„	VIII	$= 0{,}72$
„	III	$= 0{,}20$	„	IX	$= 0{,}93$
„	IV	$= 0{,}27$	„	X	$= 1{,}22$
„	V	$= 0{,}35$	„	XI	$= 1{,}67$
„	VI	$= 0{,}45$	„	XII	$= 2{,}44.$

Nach Gauckler:

$$\sqrt{v} = \alpha \sqrt[3]{R} \cdot \sqrt[4]{J} \quad \text{für } J > 0{,}0007$$

und

$$\sqrt[4]{v} = \beta \sqrt[3]{R} \cdot \sqrt[4]{J} \quad \text{für } J \leq 0{,}0007\,,$$

wo für	α	β
Kanäle aus Quadern und Zement . .	8,5—10,0	8,5—9,0
„ „ gutem, gewöhnlichem Mauerwerk	7,6—8,5	8,0—8,5
Wände in Mauerwerk, Sohle in Erde	6,8—7,6	7,7—8,0
Kanäle in Erde ohne Pflanzen . . .	5,7—6,8	7,0—7,7
„ „ „ mit „ . . .	5,0—5,7	6,4—7,0
Flüsse	— —	6,4—7,0

Nach Hagen:

$$v = 43{,}7 \sqrt[3]{R^2} \sqrt{J}.$$

Nach Hessle für Flüsse:

$$v = 25\left(1 + \tfrac{1}{2}\sqrt{R}\right)\sqrt{RJ}.$$

Anmerkung.

Um die Wände und die Sohle der Kanäle vor dem Angriffe des Wassers zu schützen, darf die mittlere und Sohlengeschwindigkeit eine obere Grenze nicht überschreiten. Dieselbe beträgt für Wände und Sohle in

	mittlere Geschwindigkeit m/sec	Sohlen-Geschwindigkeit m/sec
schlammiger Erde und magerem Tone	0,10	0,08
feinem Sande	0,15	0,10
fettem Tone	0,25	0,15
Lehm und festem Flußsande	0,45	0,30
kiesigem Boden	1,00	0,70
Grobsteinboden	1,25	0,95
Schiefer und Konglomerat	1,85	1,50
lagerhaften Gesteinen	2,25	1,80
hartem, ungeschichtetem Fels . . .	3,70	3,50

§ 32. Günstigste Form des Querprofiles bei Kanälen.

Die günstigste Form des Querprofiles ist diejenige, für welche bei gegebenem F und gegebenem (konstantem) J die passierende sekundliche Wassermenge Q, also auch die Geschwindigkeit v ein Maximum wird. Nun ist nach § 31 für Kanäle

$$v = k\sqrt{RJ}$$

$$= k\sqrt{\frac{F}{U} \cdot J}.$$

Unter Annahme eines konstanten k wird v ein Maximum bei gegebenem konstanten J, wenn die hydraulische Tiefe $\frac{F}{U}$ ein Maximum wird.

I. Fall: Benetzter Umfang eine gekrümmte, zur Achse symmetrische Linie (Fig. 35).

$\frac{F}{U}$ wird ein Maximum, wenn

$$d\left(\frac{F}{U}\right) = \frac{U dF - F dU}{U^2} = 0$$

oder

$$U dF - F dU = 0$$

oder

$$\frac{F}{U} = \frac{dF}{dU} \quad \text{ist.}$$

In Fig. 35 stellt dF den Inhalt eines unendlich kleinen Sektors vom unendlich kleinen Zentriwinkel $d\varphi$ und dU den zugehörigen Kurvenbogen vor. Die vorstehende Gleichung wird daher befriedigt, wenn der benetzte Umfang U ein Halbkreis ist, da für diesen

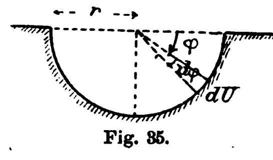


Fig. 35.

$$\frac{F}{U} = \frac{\frac{r^2 \pi}{2}}{r \pi} = \frac{r}{2}$$

und

$$\frac{dF}{dU} = \frac{r^2 \frac{d\varphi}{2}}{r\, d\varphi} = \frac{r}{2} \quad \text{ist.}$$

II. Fall: Benetzter Umfang ein gleichschenkliges Trapez (Fig. 36).

Die Spiegelbreite wird

$$B = b + 2\,t \operatorname{cotg} \alpha$$

und somit

$$F = \frac{B+b}{2} \cdot t = (b + t \operatorname{cotg} \alpha)\,t\,,$$

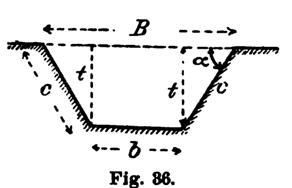


Fig. 36.

also

$$b = \frac{F}{t} - t \operatorname{cotg} \alpha\,,$$

daher wird

$$U = b + 2\,c = \frac{F}{t} - t \operatorname{cotg} \alpha + \frac{2\,t}{\sin \alpha} = \frac{F}{t} + \frac{t(2 - \cos \alpha)}{\sin \alpha}\,.$$

Von allen gleichschenkligen Trapezen mit gegebenem konstanten Inhalte F wird $\frac{F}{U}$ ein Maximum, wenn U ein Minimum, also wenn

$$dU = 0$$

ist. Daher muß sein:

a) bei gegebenem Wert von t:

$$\frac{dU}{d\alpha} = \frac{t(\sin^2 \alpha - (2 - \cos \alpha) \cos \alpha)}{\sin^2 \alpha} = 0$$

$$\cos \alpha = \tfrac{1}{2}$$

$$\underline{\alpha = 60^0}\,;$$

b) bei gegebenem Wert von α:

$$(*) \qquad \frac{dU}{dt} = -\frac{F}{t^2} + \frac{2 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = 0\,,$$

woraus

$$t = \sqrt{\frac{F \sin\alpha}{2 - \cos\alpha}} .$$

Aus Gleichung (*) wird

$$\frac{2 - \cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{F}{t^2} ,$$

und mit diesem Werte ergibt sich

$$U = \frac{F}{t} + t \cdot \frac{F}{t^2} = \frac{2F}{t}$$

$$= \frac{(B + b)t}{t} = B + b .$$

Es ist aber auch

$$U = b + 2c ,$$

daraus folgt

$$B = 2c$$

oder mit Benutzung des gefundenen Wertes von t

$$B = \frac{2t}{\sin\alpha} = 2\sqrt{\frac{F}{\sin\alpha\,(2 - \cos\alpha)}} .$$

Spezieller Fall: Vertikale Kanalwände ($\alpha = 90$, $\sin\alpha = 1$, $\cos\alpha = 0$)

$$t = \sqrt{\frac{F}{2}} ; \quad B = 2t = 2\sqrt{\frac{F}{2}} ;$$

günstigstes Kanalprofil also ein halbes Quadrat.

Anmerkung.

Unter gleichzeitiger Berücksichtigung der Fälle a) und b) ergibt sich bei trapezförmigem Querprofil als günstigste Querschnittsform das halbe reguläre Sechseck ($\alpha = 60^0$, $\cos\alpha = \frac{1}{2}$, $\sin\alpha = \frac{1}{2}\sqrt{3}$) mit der Spiegelbreite

$$B = 4\sqrt{\frac{F}{3\sqrt{3}}} \quad (= 2\text{facher Sechseckseite}).$$

§ 33. Messung der sekundlichen Wassermenge Q bei fließenden Gewässern.

1. Wassermessung durch Eichgefäße (für Quellen).

Man leitet unter geeigneten Vorsichtsmaßregeln, die einen Verlust an Flüssigkeit durch Versickern unmöglich machen, die gesamte Wassermenge in ein geeichtes Gefäß, dessen Inhalt K bekannt ist. Ist die Füllzeit t Sekunden, so wird die sekundliche Wassermenge

$$Q = \frac{K}{t}.$$

2. Wassermessung durch Ausflußöffnungen (für Quellen und Bäche).

Wasserzoll von Bornemann (Fig. 37).

Ein Kasten ist durch vertikale Scheidewände in zwei Abteilungen geteilt. Die Abteilung I nimmt das durch eine Rinne zugeleitete Wasser auf. Nachdem dasselbe sich dort beruhigt und seine Schlammstoffe abgelagert hat, tritt es durch eine untergetauchte Öffnung in Abteilung II. In der dünnen vertikalen Außenwand von II

befindet sich eine Anzahl kreisrunder Öffnungen von verschiedenem Durchmesser (mit scharfen Kanten), deren Inhalte f_1, f_2, f_3, ... bekannt sind und durch welche das Wasser den Apparat verläßt. Die Mittelpunkte derselben liegen in einer Horizontalen. Jede dieser Öffnungen ist verschließbar. Öffnet man eine gewisse Anzahl dieser Öffnungen, so wird in II der Wasserspiegel in einer gewissen Zeit eine bestimmte Höhe erreichen, die h m über der Horizontalen der Mittelpunkte liegen mag. Will man nun umgekehrt den Wasserspiegel in II in dieser Höhe

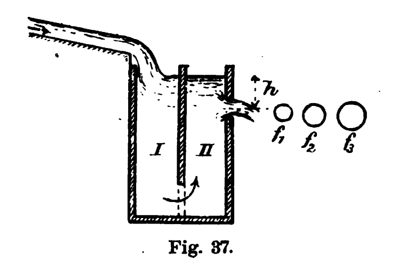


Fig. 37.

unverändert erhalten, so läßt sich stets die genügende Anzahl von Öffnungen durch Versuche ausfindig machen, die nicht verschlossen sein dürfen, wenn dieses Ziel erreicht werden soll. Wir finden dann bei gegebenem h die gesuchte sekundliche Wassermenge des Wasserlaufs als Summe der in einer Sekunde durch die nicht verschlossenen Öffnungen tretenden Mengen, also

$$Q = \alpha f_1 \sqrt{2gh} + \alpha f_2 \sqrt{2gh} + \dots \qquad \text{(vgl. § 19)},$$

wo α der Ausflußkoeffizient ist. Für praktische Zwecke ist h immer von demselben Werte, so daß sich die einzelnen Glieder dieser Summe ein für allemal berechnen lassen.

3. Wassermessung durch Überfälle (für Bäche und kleinere Flüsse).

In das Bett des Wasserlaufs wird senkrecht zur Längenrichtung eine Schützenwand eingebaut und in deren oberem Teil eine rechteckige Öffnung von der horizontalen Breite b und genügender Tiefe ausgespart, die sich bis zur Oberkante der Wand erstreckt, so daß das austretende Wasser einen Überfall bildet. Die sekundliche Wassermenge Q des Wasserlaufs ist dann gleich der in einer Sekunde über die Unterkante der Öffnung überfallenden Menge. Durch genügende Höhe der Schützenwand läßt sich die Zuflußgeschwindigkeit nahezu auf Null reduzieren, so daß sie auf die Überfallsmenge ohne Einfluß ist. Ist der Überfall ein vollkommener und die Stauhöhe h über der Überfallkante durch Nivellement bestimmt, so findet man die sekundlich überfallende Menge aus der Formel von Du Buat

$$Q = \tfrac{2}{3}\,\alpha\, b\, h \sqrt{2\, g\, h} \qquad \text{(vgl. § 22).}$$

4. Wassermessung durch Ermittlung der mittleren Geschwindigkeit für ein gegebenes Querprofil vom Inhalte F (für große Flüsse und Ströme).

Man bestimmt für das gegebene Querprofil nach § 25 und 26 durch Messung mit dem hydrometrischen Flügel die mittlere Geschwindigkeit v des Profils und findet dann die sekundliche Wassermenge aus

$$Q = F \cdot v\,.$$

§ 34. Die Wasserkräfte.

Die Ausnützung der lebendigen Kraft des Wassers in einem Wasserlauf zum Zweck der Bewegung von

Wassermotoren geschieht in der Regel auf zweierlei Arten.

In einem Falle wird das Wasser in der Nähe des Orts seiner Ausnützung durch ein Wehr auf genügende Höhe gestaut und von der Stelle des höchsten Staus ein mehr oder weniger großer Teil der sekundlichen Wassermenge des Wasserlaufs durch einen seitlich abzweigenden (Oberwasser-)Kanal seiner Bestimmungsstätte zugeführt, an dessen Ende das Wasser durch sein Gewicht eine gewisse Höhe H m frei oder in einem röhrenartigen Behälter herabfällt, um ein am untern Ende dieser Fallhöhe angebrachtes horizontales Motorrad (Turbinenrad) in Bewegung zu setzen und sodann als Unterwasser einem tiefer gelegenen Punkte des Wasserlaufs wieder zuzuströmen.

Ist Q cbm die einen Querschnitt des Oberwasserkanals sekundlich passierende Wassermenge, so ist dessen Gewicht $= Q \cdot 1000$ kg, daher ist die Arbeit dieses Gewichts auf dem Wege H m (vgl. Dynamik)

$$A = Q \cdot 1000 \cdot H \text{ kgm}.$$

Diese Arbeit stellt also die in einer Sekunde von der fallenden Wassermasse an das Motorrad theoretisch abgegebene lebendige Kraft oder den absoluten Effekt N_a des Motors dar.

Bezeichnet man die sekundliche Arbeitsleistung von 75 kgm als Pferdekraft oder Pferdestärke (PS; HP), so wird

$$N_a = \frac{Q \cdot 1000 \cdot H}{75} \text{ PS}.$$

Im zweiten Falle dient die lebendige Kraft des in einem Gerinne strömenden Wassers unmittelbar zur Be-

wegung eines vertikalen, in die Strömung tauchenden Motorrads (z. B. eines unterschlächtigen Wasserrads).

Ist Q cbm die sekundlich einen Querschnitt des Gerinnes mit der Geschwindigkeit v passierende Wassermenge, so ist deren Masse $M = \frac{Q \cdot 1000}{g}$ (vgl. Dynamik) und dessen lebendige Kraft

$$\underline{A} = \tfrac{1}{2} M v^2 = \underline{Q \cdot 1000 \cdot \frac{v^2}{2g}} .$$

Bezeichnet man die Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$ mit H m, so wird der absolute Effekt in Pferdekräften ebenfalls

$$\underline{N_a = \frac{Q \cdot 1000 \cdot H}{75} \text{ PS.}}$$

Anmerkung.

In beiden Fällen findet bei Übertragung der lebendigen Kraft des Wassers an das Motorrad ein beträchtlicher Verlust infolge der Bildung von Wirbeln, des Auftretens von Stößen, der Entwicklung von Wärme usw. statt. Der wirkliche Nutzeffekt N_n ist daher kleiner als N_a.

Man nennt das Verhältnis $\frac{N_n}{N_a}$ das Güteverhältnis des Motors. Bei guten Turbinen läßt sich setzen

$$\frac{N_n}{N_a} = 0{,}75 , \qquad \text{also} \quad N_n = 0{,}75\, N_a ,$$

so daß in beiden Fällen

$$\underline{N_n = 10\, Q H} \text{ PS}$$

wird (Q in cbm, H in m).

IV. Kapitel.

Die Bewegung des Wassers in Röhren mit konstantem Querschnitt.

§ 35. Allgemeines. Geschwindigkeitsparabel.

Die Bewegung des Wassers in einer Röhre läßt sich auffassen als Bewegung in einem Kanale, dessen Querprofil einen vollkommen geschlossenen und vollständig benetzten Umfang aufweist. Wir treffen daher auch hier die Erscheinung wie in § 24, daß für einen gegebenen Querschnitt die Geschwindigkeit der Wasserteilchen am Umfang am kleinsten ist und gegen die Achse der Röhre stetig zunimmt. Man gelangt daher zu der Vorstellung, daß das Fließen in einer Röhre sich etwa vollziehe wie die Bewegung der einzelnen zylindrischen Teile eines Fernrohrs, die sich beim Auseinanderziehen gegeneinander verschieben, nur mit der Modifikation, daß diese Teile als dünne konzentrische zylindrische Wasserschichten gedacht werden müssen, deren gemeinsame Achse die Röhrenachse ist. Diese Bewegung wird freilich gestört durch Wirbel an verschiedenen Stellen; auch läßt sich ein Pulsieren der Wassermassen beobachten (vgl. Lueger, Wasserversorgung der Städte).

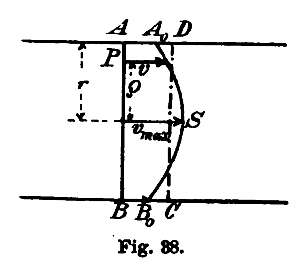


Fig. 38.

Verfahren wir ähnlich wie in § 24, indem wir in einem Querschnitt AB der Röhre (Fig. 38) einen Durchmesser AB ziehen und in der durch ihn und die Röhrenachse gelegten Ebene (Zeichenebene) in jedem Punkt P

des Durchmessers eine Ordinate gleich der in P herrschenden Geschwindigkeit v senkrecht zu AB abtragen, so bildet die Verbindungskurve der Endpunkte der Ordinaten die Geschwindigkeitskurve. Nach Bazin besteht die Kurve aus zwei von der Röhrenachse nach dem Rande sich hinziehenden symmetrischen Zweigen zweier kubischer Parabeln, deren jede die Gleichung hat (Fig. 38):

$$v = v_{\max} - 21\sqrt{\frac{r}{2} \cdot J} \cdot \frac{\varrho^3}{r^3},$$

wo r den halben Röhrendurchmesser bedeutet.

Nach neueren Mitteilungen von Bazin ist

$$v = v_{\max} - 29{,}5 \cdot \sqrt{\frac{r}{2} J} \cdot \left\{1 - \sqrt{1 - 0{,}95\left(\frac{\varrho}{r}\right)^2}\right\}.$$

(Über die Bedeutung von J als Gefälle vgl. § 38.)

Für praktische Rechnungen pflegt man jedoch eine mittlere Geschwindigkeit v zugrunde zu legen, d. h. eine für alle Punkte P des Durchmessers gleiche Geschwindigkeit von solcher Größe, daß die ihr entsprechende Geschwindigkeitskurve CD, die parallel AB ist, eine Geschwindigkeitsfläche $ABCD = ABB_0SA_0$ bildet.

Die sekundlich einen Querschnitt vom Inhalte F passierende Wassermenge ist daher, wenn v diese mittlere Geschwindigkeit bezeichnet,

$$Q = Fv,$$

und daher ist bei konstantem F wegen der Kontinuität der Bewegung für alle Querschnitte auch v konstant, d. h.:

Die Bewegung in einer Röhre von konstantem Querschnitt ist eine gleichförmige (vgl. § 2). Im folgenden bedeutet v stets die mittlere Geschwindigkeit eines Querschnitts.

§ 36. Druckhöhenverlust infolge der Reibung an den Wänden.

Wir können nach § 35 für die Wasserbewegung in einer Röhre zwischen zwei Querschnitten in der Entfernung Δs die Grundgleichung der Bewegung in einem Kanale zur Anwendung bringen:

$$\Delta h - \frac{U_0}{F_0} \cdot \Delta s\, f(v_0) = \frac{v_1^2 - v^2}{2g} \quad \text{[§ 27, Gleichung (28)].}$$

Da $v_0 = v_1 = v$ und U_0 sowohl als F_0 für das Intervall Δs gleich dem konstanten Umfang U bzw. Inhalt F des Röhrenquerschnitts ist, so wird das zweite Glied der linken Seite, wenn v die konstante Geschwindigkeit in der Röhre bezeichnet, zu

$$\frac{U}{F} \cdot \Delta s\, f(v).$$

Nun bedeutet nach § 27, Schluß dieses zweite Glied den Druckhöhenverlust $y_r^{\Delta s}$ infolge Reibung an den Wänden auf dem Wege Δs, also ist

$$y_r^{\Delta s} = \frac{U}{F} \Delta s\, f(v),$$

und daher ist der Druckhöhenverlust auf der ganzen Länge l der Rohrleitung

$$y_r^l = \frac{U}{F} f(v)\, \Sigma \Delta s,$$

$$y_r^l = \frac{f(v)}{R}\, l, \tag{37}$$

wo die hydraulische Tiefe des Querschnitts

$$R = \frac{F}{U} = \frac{\frac{\pi d^2}{4}}{\pi d} = \frac{d}{4}$$ ist. (d Röhrendurchmesser.)

Mit diesem Werte wird

$$y_r^l = \frac{4\,l}{d} f(v)\,. \tag{38}$$

Nach de Prony, Eytelwein und d'Aubuisson ist

$$y_r^l = \frac{4\,l}{d}(\alpha\, v + \beta\, v^2)\,,$$

nach de Prony $\alpha = 0{,}000017$ $\beta = 0{,}000348$

„ Eytelwein $\alpha = 0{,}000022$ $\beta = 0{,}000280$

„ d'Aubuisson $\alpha = 0{,}000018$ $\beta = 0{,}000342$

„ Darcy $\alpha = 0{,}000032 + \frac{0{,}00000001504}{d^2}$, $\beta = 0{,}000443 + \frac{0{,}0000124}{d}$ für gebrauchte Röhren.

Nach Darcy ist

$$y_r^l = \frac{4\,l}{d} \cdot \beta\, v^2\,, \tag{39}$$

wo β für gußeiserne, gebrauchte Röhren $= 0{,}000\,584$.

Nach Weisbach und Zeuner läßt sich Gleichung (38) auf die Form bringen:

$$y_r^l = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2\,g}\,, \tag{40}$$

wobei nach Zeuner: $\lambda = 0{,}014312 + \frac{0{,}010327}{\sqrt{v}}$

und nach Weisbach: $\lambda = 0{,}01439 + \frac{0{,}0094711}{\sqrt{v}}$.

Nach letzterer Formel ergibt sich für

$v =$	0,25	0,5	1,0	2,0	5,0 m pro Sekunde
$\lambda =$	0,035	0,029	0,025	0,022	0,019.

Im Mittel

$$\underline{\lambda = 0{,}03\,.}$$

Man nennt λ den Reibungskoeffizienten für die Bewegung des Wassers in Röhren.

Nach Cox ist

$$y_r^l = (0{,}91136\,v^2 + 0{,}34722\,v - 0{,}042333)\,\frac{l}{1000\,d}\,.$$

Nach Foß:

$$y_r^l = \alpha \cdot \frac{v^{\frac{11}{6}}}{d^{\frac{4}{3}}}\,l\,,$$

wo $\alpha = 0{,}00075822\,.$

In den vorstehenden Formeln bedeutet l die Länge, d den Durchmesser der Rohrleitung in Metern, v die Geschwindigkeit in der Röhre in Metern.

Anmerkung. Der auf die Längeneinheit der Röhre entfallende Druckhöhenverlust durch Reibung

$$J_r^l = \frac{y_r^l}{l}$$

wird relatives Reibungsgefälle genannt.

§ 37. Sekundäre Druckhöhenverluste.

1. Druckhöhenverlust infolge plötzlicher Querschnittserweiterung (Fig. 39).

Zwischen demjenigen Querschnitt F_1, in dem das Wasser erstmals die Wände der erweiterten Röhre berührt, und der engen Röhre bilden sich mit Wirbeln

erfüllte Hohlräume, zu deren Erzeugung ein Teil der vorhandenen Druckhöhe verwendet wird. Nach dem empirischen Satze von Carnot ist der Druckhöhenverlust

$$y_q = \frac{(v - v_1)^2}{2g} = \frac{\left[v_1\left(\frac{v}{v_1} - 1\right)\right]^2}{2g},$$

Fig. 39.

wo $\begin{Bmatrix} v \\ v_1 \end{Bmatrix}$ die Geschwindigkeit in der $\begin{Bmatrix} \text{engen} \\ \text{weiten} \end{Bmatrix}$ Röhre bezeichnet.

Mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung

$Fv = F_1 v_1$ (F Querschnitt der engen Röhre)

wird

$$\frac{v}{v_1} = \frac{F_1}{F} \quad \text{und} \quad v_1 = \frac{F}{F_1} \cdot v$$

und somit

$$\underline{y_q} = \frac{\left[v_1\left(\frac{v}{v_1} - 1\right)\right]^2}{2g} = \underline{\frac{v_1^2}{2g}\left[\frac{F_1}{F} - 1\right]^2}$$

oder

$$\underline{y_q = \frac{v^2}{2g}\left(\frac{F}{F_1}\right)^2\left[\frac{F_1}{F} - 1\right]^2 = \frac{v^2}{2g}\left(1 - \frac{F}{F_1}\right)^2.}$$

2. Druckhöhenverlust infolge plötzlicher Querschnittsverengerung (Fig. 40).

Er entsteht durch die Querschnittskontraktion beim Eintritt der Wasserfäden in die enge Röhre, die wieder zu Wirbelbildungen Anlaß gibt.

Ist $\begin{Bmatrix} v \\ v_1 \end{Bmatrix}$ die Geschwindigkeit in der $\begin{Bmatrix} \text{weiten} \\ \text{engen} \end{Bmatrix}$ Röhre und v' im kontrahierten Querschnitt, $\varkappa$ der Kontraktionskoeffizient (vgl. § 18), dann ist der Druckhöhenverlust beim Übergang vom kontrahierten Querschnitt in den Querschnitt F_1, in welchem das Wasser erstmals die enge Röhre berührt, nach dem Satze von Carnot:

$$y_q = \frac{(v' - v_1)^2}{2g}.$$

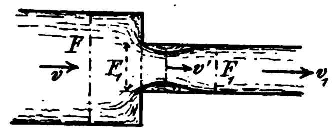


Fig. 40.

Da aber wegen der Kontinuität

$$Fv = F_1 v_1, \qquad \text{also} \qquad v_1 = \frac{F}{F_1} v,$$

und

$$Fv = (\varkappa F_1) v', \qquad \text{also} \qquad v' = \frac{F}{\varkappa F_1} \cdot v$$

(kontrahierter Querschnitt $= \varkappa F_1$, vgl. § 18),

so wird durch Einsetzen dieser Werte

$$y_q = \frac{v^2}{2g}\left(\frac{F}{F_1}\right)^2 \left(\frac{1}{\varkappa} - 1\right)^2 = \frac{v_1^2}{2g}\left(\frac{1}{\varkappa} - 1\right)^2.$$

Anmerkung. Weitere Druckhöhenverluste entstehen infolge von Krümmungen der Röhre, Abzweigungen von Seitenleitungen, durch Heben und Senken von Schiebern, Öffnen und Schließen von Ventilen, Klappen, Hähnen usf.,

wobei stets Kontraktionen oder Wirbelbildungen auftreten. Über ihren Wert vgl. die ausführlicheren Lehrbücher der Hydraulik.

§ 38. Druckverhältnisse in einer Röhrenleitung.

Eine Röhrenleitung von der Länge l und dem Durchmesser d führe von einem hochgelegenen Reservoir, dessen Wasserspiegel in konstanter Höhe erhalten bleibe (Fig. 41), zu einem h m unter dessen Spiegel gelegenen Punkte B, so daß das Wasser in B die Pressung p_l besitze.

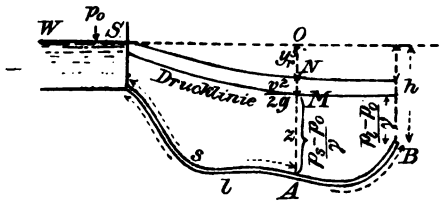


Fig. 41.

Für ein Wasserteilchen, das vom Spiegel zu einem Punkte A der Leitung in der Tiefe x nach Passierung der Rohrlänge s gelangt ist, gilt nach Bernoulli [§ 15, Gleichung (10)], da $v_0 = 0$,

$$\gamma(x - y_r^s) = p_s - p_0 + \frac{\gamma}{2g} v^2$$

oder

$$\frac{p_s - p_0}{\gamma} = x - y_r^s - \frac{v^2}{2g},$$

wo y_r^s den gesamten Druckhöhenverlust infolge Reibung auf dem Wege s und p_s die Pressung in A bedeutet.

Trägt man nun (Fig. 41) auf der Ordinate $AO = x$ von der Horizontalen des Reservoirspiegels aus das Stück $ON = y_r^s$ und von N das Stück $NM =$ der Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$ ab, so stellt demnach der Rest AM den Wert $\frac{p_s - p_0}{\gamma}$ dar. Bringt man nun in A an die Rohrleitung eine vertikale, oben gegen die Luft offene Röhre an, die wegen der Kapillaritätserscheinungen nicht zu eng sein darf und in welche das Wasser aus der Rohrleitung treten kann, so steigt in dieser die Flüssigkeit bis zu einer gewissen Höhe, die gleich AM sein muß, weil die hydrostatische Pressung der Röhre in A dann

$$= p_0 + \gamma AM = p_0 + \gamma \cdot \frac{(p_s - p_0)}{\gamma} = p_s,$$

also gleich der hydraulischen wird.

Da diese Röhre also als Druckmesser in A benutzt werden kann, führt sie den Namen Piezometerröhre.

Verbindet man für sämtliche Punkte A der Leitung die zugehörigen Punkte N durch eine stetige Kurve, so erhält man die Linie des Verlustes an Druckhöhen infolge Reibung; die ihr parallele, in konstantem Abstand $\frac{v^2}{2g}$ verlaufende Linie der Punkte M heißt die Linie der Druckhöhen oder Drucklinie.

In den meisten praktischen Fällen lassen sich die sekundären Druckhöhenverluste für die Arbeit des ersten Projektierens vernachlässigen gegen den Druckhöhenverlust y_r durch Reibung.

Da ferner v aus praktischen Gründen den Wert von 3 m nicht übersteigen darf, damit die Rohrwand vor

dem Angriff des Wassers geschützt ist, so läßt sich die Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$ für das erste Projektieren gegenüber dem Druckhöhenverlust y_r durch Reibung ebenfalls vernachlässigen, so daß die Linie der Druckhöhen (der Punkte M) als zusammenfallend betrachtet werden kann mit der durch das Abtragen der y_r entstandenen Linie der Punkte N (Linie des Druckverlustes durch Reibung oder Gefällslinie der Reibung). (Fig. 43.)

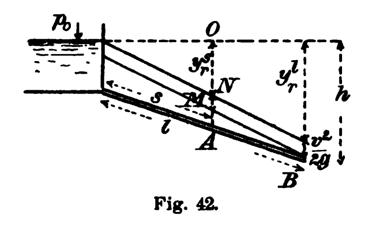


Fig. 42.

Bildet wie in Fig. 42 die Leitung im Längenprofil eine Gerade, so ist, da für jeden Punkt A derselben der Druckhöhenverlust durch Reibung auf dem Wege s vom Reservoir bis A

$$y_r^s = \lambda \cdot \frac{s}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \qquad \text{[vgl. § 36, Gleichung (40)]},$$

also proportional s ist, die Gefällslinie des Druckverlustes durch Reibung eine Gerade und daher auch die Linie der Druckhöhen eine parallele Gerade im Abstand $\frac{v^2}{2g}$.

Ist für die Mündung B die Pressung p_l gleich der atmosphärischen Pressung p_0 (was zutrifft, wenn bei B

das Wasser in freie Luft austritt), so ist die wirkliche Druckhöhe in $B = \frac{p_0 - p_0}{\gamma} = 0$, d. h. die Linie der Druckhöhen (Drucklinie) geht durch B (Fig. 42).

Stellt nun in Fig. 43 der Punkt D z. B. den Endpunkt einer Hausleitung vor, bis zu welchem das Wasser getrieben werden soll, so muß D ein Punkt der Drucklinie und mit obiger Annäherung ein Punkt der Gefällslinie des Druckverlustes durch Reibung sein. Daher muß annähernd das absolute Druckgefälle $FD = H =$ dem Druckhöhenverlust y_r^l auf dem Wege bis B sein.

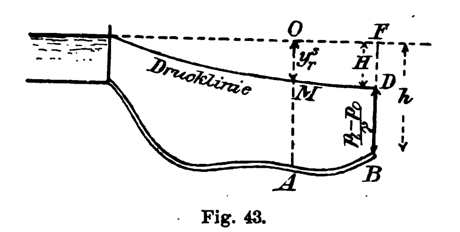


Fig. 43.

Somit läßt sich mit großer Näherung setzen

$$\frac{y_r^l}{l} = \frac{H}{l} \qquad (H \text{ absolutes Druckgefälle})$$

oder

$$J_r = J.$$

Daher angenähert: das (relative) Reibungsgefälle J_r (vgl. § 36, Anm.) ist gleich dem (relativen) Druckgefälle J der Leitung.

Die Drucklinie fällt mit ziemlicher Näherung mit der Gefällslinie der Reibung zusammen.

Für ein in der Röhrenleitung bis zum Punkte A (Fig. 43) gelangtes Teilchen gilt nach Bernoulli mit $v_0 = 0$

$$\gamma(z - y_r^s) = p_s - p_0 + \frac{\gamma v^2}{2g},$$

woraus

$$p_s = p_0 + \gamma z - \gamma\left(y_r^s + \frac{v^2}{2g}\right),$$

d. h.: Die hydraulische Pressung p_s ist an jeder Stelle der Leitung kleiner als die hydrostatische $p_0 + \gamma z$.

§ 39. Formeln für die Geschwindigkeit v.

Für ein Wasserteilchen, das vom Spiegel des Reservoirs bis ans Ende B der Leitung (Fig. 41) gelangt ist und dort die Pressung p_l hat, ist nach Bernoulli, da $v_0 = 0$,

$$\gamma(h - y_r^l - y') = p_l - p_0 + \frac{\gamma}{2g} v^2,$$

wo $y' = \zeta \frac{v^2}{2g}$ die Summe der sekundären Druckhöhenverluste auf diesem Wege bezeichnet. Gemäß Gleichung (40) in § 36 erhält man hieraus

$$\gamma\left(h - \lambda \cdot \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} - \zeta \frac{v^2}{2g}\right) = p_l - p_0 + \frac{\gamma}{2g} v^2$$

(l Länge der Leitung bis B),

woraus

$$v = \sqrt{\frac{2g\left(h - \frac{p_l - p_0}{\gamma}\right)}{1 + \lambda \frac{l}{d} + \zeta}}$$

und in Beziehung auf Fig. 43, wo H das (absolute) Druckgefälle der Leitung (vgl. § 38) bedeutet,

$$(42)\quad v = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \lambda \frac{l}{d} + \zeta}} \quad \text{(Formel von Weisbach).}$$

Vernachlässigt man ζ, so wird

$$(42')\quad v = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \lambda \frac{l}{d}}},$$

und wenn das Wasser in B in freie Luft austreten soll, demnach $p_l = p_0$, also in B Druckhöhe $\frac{p_l - p_0}{\gamma} = 0$ ist:

$$(42'')\quad v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \lambda \frac{l}{d}}}.$$

Setzt man jedoch nach § 38 mit großer Näherung

$$y_r^l = H$$

oder vermöge Gleichung (37) in § 36

$$\frac{f(v)\, l}{R} = H$$

(H Druckgefälle in B; l Länge der Leitung bis B; vgl. Fig. 43), so wird, wenn $f(v) = \beta v^2$ (nach Darcy) gesetzt wird,

$$\frac{\beta v^2 \cdot l}{R} = H, \quad \beta v^2 = R \cdot \frac{H}{l},$$

woraus

$$v = \sqrt{R \cdot \frac{H}{l} \cdot \frac{1}{\beta}},$$

$$v = k\sqrt{RJ}, \tag{43}$$

wo J das relative Druckgefälle $\frac{H}{l}$, R die hydraulische Tiefe des Querschnittes $\left(R = \frac{d}{4}, \text{ vgl. § 36}\right)$ und $k = \sqrt{\frac{1}{\beta}}$ einen empirischen Faktor bezeichnet.

Nach Darcy ist:

$$v = \frac{1}{\sqrt{B}}\sqrt{RJ} \quad \text{oder} \quad Bv^2 = RJ = R \cdot \frac{H}{l},$$

wo für neue gußeiserne Röhren $B = 0{,}000292$,
„ gebrauchte gußeiserne Röhren $B = 0{,}000584$,
Mittelwert $B = 0{,}0004$.

Nach Bazin und Darcy ist (vgl. § 31)

$$v = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \frac{\beta}{R}}}\sqrt{RJ},$$

wo für

	α	β
neue gußeiserne Leitungen	0,000253	0,00000162
gebrauchte gußeiserne Leitungen	0,000507	0,00000324.

Nach Hagen:

$$v = \frac{2}{\sqrt{\frac{a}{dv} + b}}\sqrt{RJ},$$

wo $a = 0{,}000005336$, $b = 0{,}0011193$.

Nach Lévy:

$$v = 20{,}5\sqrt{r}\sqrt{1 + 3\sqrt{r}} \cdot \sqrt{J} \quad \text{bei gebrauchten Röhren,}$$

$$v = 36{,}4\sqrt{r}\sqrt{1 + \sqrt{r}} \cdot \sqrt{J} \quad \text{„ neuen „ ,}$$

wo $r = \frac{d}{2}$ ist.

Im weiteren sind noch gebräuchlich die in § 31 angegebenen Formeln, besonders diejenigen von Kutter, bzw. Ganguillet und Kutter. In allen vorstehenden Formeln ist die hydraulische Tiefe des Röhrenquerschnittes $R = \frac{d}{4}$ (vgl. § 36) zu setzen (d Röhrendurchmesser in Metern; v in Metern).

§ 40. Formeln für den Röhrendurchmesser d.

1. Formel von Dupuit.

Vernachlässigt man in der Weisbachschen Formel [Gleichung (42') in § 39] den Wert 1 gegenüber dem in der Praxis sehr großen Gliede $\frac{\lambda l}{d}$, so wird in Beziehung auf Fig. 43

$$v = \sqrt{\frac{2gH}{\frac{\lambda l}{d}}}.$$

Da nun

$$Q = Fv,$$

so wird

$$Q = \frac{\pi d^2}{4}\sqrt{\frac{2gH}{\frac{\lambda l}{d}}}$$

oder

$$Q^2 = \frac{\pi^2 d^4}{16} \cdot \frac{2gH \cdot d}{\lambda l} = \frac{\pi^2 d^5 g H}{8\lambda l},$$

woraus

$$d = \sqrt[5]{\frac{Q^2}{\frac{\pi^2 g}{8\lambda}} \cdot \frac{l}{H}},$$

(44) $$d = 0{,}3018 \sqrt[5]{\frac{Q^2}{J}},$$

wo J das relative Druckgefälle $\frac{H}{l}$ (vgl. § 38) und Q die sekundliche Wassermenge bedeutet.

2. Neuere Formel.

Eliminiert man aus der in § 40 entwickelten Darcyschen Gleichung

$$B v^2 = R \cdot \frac{H}{l}$$

und der Gleichung

$$\frac{\pi d^2}{4} \cdot v = Q$$

den Wert v durch Quadrieren der letzteren Formel und Division beider Gleichungen, so folgt

$$\frac{16 B}{\pi^2 d^4} = \frac{RH}{l Q^2}.$$

Da nun $R = \frac{d}{4}$ (vgl. § 36), so wird

$$64 B l Q^2 = \pi^2 H d^5,$$

woraus

$$d = \sqrt[5]{\frac{64 B}{\pi^2} Q^2 \cdot \frac{l}{H}},$$

(45) $$d = 0{,}145337 \sqrt[5]{B \cdot \frac{Q^2}{J}},$$

wobei B selbst von d abhängig ist:

d	B	d	B
0,05	0,0003825	0,30	0,0002750
0,10	0,0003180	0,35	0,0002715
0,15	0,0002965	0,40	0,0002695
0,20	0,0002855	0,45	0,0002675
0,25	0,0002790	0,50	0,0002660
		0,60	0,0002640
		0,70	0,0002625
		0,80	0,0002615
		0,90	0,0002605
		1,00	0,0002595

Für praktische Rechnungen bringt man am besten die obige Gleichung auf die Form:

$$B \cdot \frac{64}{\pi^2} \cdot \frac{1}{d^5} = \frac{J}{Q^2}$$

und löst diese Gleichung, deren rechte Seite gegeben ist, durch Probieren oder benutzt auf Grund dieser Gleichung ausgearbeitete Tabellen (vgl. Taschenbuch der Hütte) zur Bestimmung von d.

§ 41. **Beispiele.**

A) Arbeitsleistung einer doppelt wirkenden Pumpe. Eine doppelt wirkende Pumpe soll aus einem Wasserlauf, dessen unveränderlicher Spiegel $h = 4$ m unter der Zylinderachse derselben liegt, mittels einer $l = 1200$ m langen und $d_2 = 15$ cm weiten Druckrohrleitung eine Wassermenge von 20 Sekundenliter in ein mit seinem Spiegel $H = 30$ m über der Pumpe gelegenes Reservoir heben. Welche Pressung erleidet die Luft im Windkessel und wieviel Pferdestärken hat die Pumpe theoretisch zu leisten, wenn die Druckrohrleitung im Spiegel des Reservoirs mündet und das Saugrohr ebenfalls $d_2 = 15$ cm Weite hat?

Auflösung.

Wir betrachten ein Wasserteilchen, das vom Windkessel zum Spiegel des Reservoirs aufsteigt. Seine Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 0$, seine Endgeschwindigkeit ist gleich der konstanten Geschwindigkeit v_2 der Druckrohrleitung, die Anfangspressung ist gleich der Pressung P_0 im Windkessel und die Pressung am Ende ist gleich der Pressung p_0 der Atmosphäre. Somit ist nach Bernoulli für $z = -H = -30$ mit Berücksichtigung des Druckhöhenverlustes y_r durch Reibung (vgl. § 15 und § 36)

$$\gamma\left(-H - \lambda\,\frac{l}{d}\cdot\frac{v_2^2}{2g}\right) = p_0 - P_0 + \frac{\gamma}{2g}\cdot v_2^2$$

oder

$$(1)\qquad \begin{cases} 1000\left(-30 - 0{,}03\cdot\dfrac{1200}{0{,}15}\cdot\dfrac{v_2^2}{2\cdot 9{,}81}\right) \\ \quad = 10330 - P_0 + \dfrac{1000}{2\cdot 9{,}81}\cdot v_2^2 \end{cases}$$

und ferner

$$\frac{\pi\,d_2^2}{4}\cdot v_2 = Q$$

oder

$$(2)\qquad \frac{\pi\cdot 0{,}15^2}{4}\cdot v_2 = 0{,}020\,.$$

Aus (2) ergibt sich

$$v_2 = 1{,}13 \text{ m}$$

und mit diesem Werte aus (1)

$$\begin{aligned} P_0 &= 56016 \text{ kg/qm} \\ &= 5{,}6 \text{ kg/qcm (Neuatmosph.)}. \end{aligned}$$

Für ein vom Unterwasserspiegel zur Pumpe im Saugrohr aufsteigendes Teilchen ist nach Bernoulli, wenn wir den Einfluß der Reibung im kurzen Saugrohr vernachlässigen und mit P die Pressung am oberen Ende des Saugrohres bezeichnen,

$$\gamma(-h) = P - p_0 + \frac{\gamma}{2g}\,v_1^2$$

oder

$$1000 \cdot (-4) = P - 10330 + \frac{1000}{2 \cdot 9{,}81} \cdot v_1^2 ,$$

wobei die Geschwindigkeit v_1 im Saugrohr sich ergibt aus:

$$\frac{\pi d_1^2}{4} \cdot v_1 = Q ,$$

$$\frac{\pi \cdot 0{,}15^2}{4} \cdot v_1 = 0{,}020 ,$$

woraus

$$v_1 = 1{,}13 \text{ m.}$$

Mit diesem Werte folgt aus der vorhergehenden Gleichung

$$P = 6265 \text{ kg/qm}$$
$$= 0{,}63 \text{ kg/qcm (Neuatmosph.)}$$

Auf den Kolben der Pumpe wirken nun in jedem Augenblick auf beiden Seiten desselben die entgegengesetzt gerichteten Pressungen P des angesaugten Wassers und die durch das zwischen Kolben und Windkessel befindliche Wasser fortgepflanzte Pressung P_0 des Windkessels. Die Resultante beider ist $P_0 - P$, die im Sinne der größeren wirkt. Um den Kolben mit gleichförmiger Geschwindigkeit hin und her zu führen, bedarf es einer in der Kolbenstange wirkenden Kraft

$$X = (P_0 - P) F ,$$

wo F den Inhalt der Kolbenfläche (Zylinderquerschnitt) bedeutet. Ist s die Weglänge des Kolbens in einer Sekunde, dann ist die sekundliche Arbeit von X:

$$A = X \cdot s = (P_0 - P) F \cdot s .$$

Da aber auch

$$F \cdot s = Q$$

sein muß, so folgt

$$\underline{A = (P_0 - P) Q}$$
$$= (56016 - 6265) \cdot 0{,}02$$
$$= 995 \text{ kgm pro Sekunde}$$
$$= \frac{995}{75} = 14 \text{ PS} \quad \text{(vgl. Dynamik).}$$

Die Pumpe hat also theoretisch 14 PS zu leisten. Da die sekundären Energieverluste durch Röhrenkrümmung usw. hierbei nicht berücksichtigt sind, pflegt man hierzu einen Zuschlag von 20—25 % zu machen, um die nötige wirkliche Leistungsfähigkeit der Maschine zu erhalten.

B) Von einem hochgelegenen Behälter (Fig. 44) mit konstantem Spiegel führt eine d_1 m weite und l_1 m lange Rohrleitung zu einem Punkte A, an welchem q cbm pro Sekunde der Leitung entnommen werden sollen. Der Rest soll ein zweites Reservoir speisen, dessen konstanter Spiegel H m unter dem Spiegel des ersten und e m über der Ausflußöffnung der Zuleitungsröhre liegt, deren Durchmesser d_2 m und von A aus gemessene Länge l_2 m beträgt. Welche sekundliche Wassermenge Q_2 tritt in das letztere?

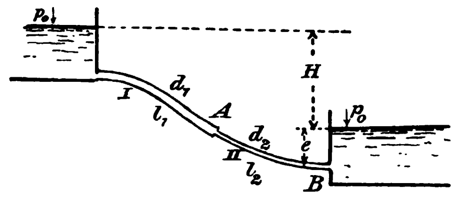


Fig. 44.

Auflösung.

Die Geschwindigkeit in den Teilen I und II der Leitung seien v_1 und v_2, dann sind die Druckhöhenverluste [§ 36, Gleichung (40)] durch Reibung

in I: $$y_r' = 0{,}03 \cdot \frac{l_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g},$$

in II: $$y_r'' = 0{,}03 \cdot \frac{l_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g}.$$

Da ferner die Pressung an der Ausflußöffnung B gleich der hydrostatischen $p_0 + \gamma e$ des zweiten Reservoirs ist, folgt für ein vom Spiegel des ersten kommendes, in B befindliches

Teilchen nach Bernoulli [§ 15, Gleichung (10')] (unter Vernachlässigung aller sekundären Druckhöhenverluste auf diesem Wege)

$$\gamma\left((H+e) - 0{,}03 \cdot \frac{l_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} - 0{,}03 \frac{l_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g}\right)$$
$$= (p_0 + \gamma\, e) - p_0 + \frac{\gamma}{2g} \cdot v_2^2$$

oder

$$(1) \qquad H - 0{,}03 \frac{l_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} - 0{,}03 \frac{l_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g} = \frac{v_2^2}{2g}\,.$$

Ferner ist, wenn Q_1 bzw. Q_2 die sekundlichen Wassermengen in I bzw. II bezeichnen,

$$Q_2 = Q_1 - q$$

oder

$$(2) \qquad \frac{\pi\, d_2^2}{4} \cdot v_2 = \frac{\pi\, d_1^2}{4} \cdot v_1 - q\,.$$

Aus den Gleichungen (1) und (2) bestimmen sich die beiden Unbekannten v_1 und v_2 und mit Hilfe von v_2 auch die gesuchte Wassermenge

$$(3) \qquad Q_2 = \frac{\pi\, d_2^2}{4} \cdot v_2\,.$$

Literaturverzeichnis.

1. **Bélanger**, J. B. Essai sur la solution numérique de quelques problèmes relatifs au mouvement permanent des eaux courantes. Paris 1828.
2. **Boileau**, P. P. Traité de la mesure des eaux courantes ou expériences, observations et méthodes concernant les lois des vitesses. 2. éd. Paris 1881.
3. **Bornemann**, K. R. Hydrometrie oder prakt. Anleitung zum Wassermessen. Freiberg 1849.
4. **Boussinesq**, J. V. Théorie de l'écoulement tourbillonnant et tumultueux des liquides dans les lits rectilignes à grande section. Paris 1897.
5. **Bovey**, H. T. A treatise on hydraulics. 2. ed. New York 1902.
6. **Bresse**, J. A. Ch. Cours de mécanique appliquée. 3. éd. Paris 1879.
7. **du Buat**, L. G. Principes d'hydraulique. Paris, nouv. éd. 1816.
8. **Christen**, Th. Das Gesetz der Translation des Wassers. Leipzig 1903.
9. **Darcy et Bazin**. Recherches hydrauliques. Paris 1865.
10. **Dupuit**, A. J. Et. Traité théor. et pratique de la conduite et la distribution des eaux. 2. éd. Paris 1865.
11. **Eytelwein**, J. A. Handbuch der Mechanik fester Körper und der Hydraulik. 2. Aufl. Berlin 1822.
12. **Flamant**, A. Hydraulique. 2. éd. Paris 1900.
13. **Forchheimer**, Ph. Hydraulik. Enzyklop. der mathem. Wissenschaften, Bd. IV_2, Heft 3. Leipzig 1906.
14. **Frank**, A. Die Berechnung der Kanäle u. der Rohrleitungen. München u. Leipzig 1886.
15. **Grashof**, F. Theoret. Maschinenlehre. Bd. I: Hydraulik. Leipzig 1875.
16. **Grebenau**, H. Theorie der Bewegung des Wassers in Flüssen u. Kanälen. München 1867.
17. **Hagen**, G. H. L. Handbuch der Wasserbaukunst. 3 Tle. Berlin 1863/72.
18. **Harlacher**, A. R. Die Methode u. der Apparat von Harlacher, Henneberg u. Smreker zur direkten Messung von Geschwindigkeiten. Prag 1884.
19. **Haton de la Goupillière**. Hydraulik u. die hydraulischen Motoren. Deutsch von Rauscher. Leipzig 1886.
20. **Iben**, O. Druckhöhenverlust in geschlossenen eisernen Rohrleitungen. Hamburg 1880.

21. Keene, J. B. A handbook of hydrometry. London 1875.
22. Klimpert, Lehrbuch der Statik flüssiger Körper. Stuttgart 1891.
23. Kutter, W. R. Die neuen Formeln für die Bewegung des Wassers in Kanälen u. regelmäßigen Flußstrecken. 2. Aufl. Wien 1877.
24. Lahmeyer, J. W. Erfahrungsresultate über die Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen. Braunschweig 1845.
25. Lechalas, M. C. Hydraulique fluviale. Paris 1884.
26. Lesbros. Expériences hydrauliques sur les lois de l'écoulement de l'eau. Paris 1851.
27. Lueger, O. Die Wasserversorgung der Städte. (Der städtische Tiefbau. II.) Darmstadt 1895.
28. Masoni, U. Corso di idraulica. 2. ed. Napoli 1900.
29. Meißner, G. Die Hydraulik u. die hydraulischen Motoren. I. Bd.: Die Hydraulik. Neu bearb. von Dr. Hederich. Jena 1895/99.
30. Merriman, M. A. A treatise on hydraulics. 5. ed. New York 1895.
31. Morin, A. Leçons de mécanique pratique. Tome 2: Hydraulique. Paris 1853.
32. de Prony, R. Recherches physico-mathématiques sur la théorie des eaux courantes. Paris 1804.
33. Rühlmann, M. Hydromechanik. 2. Aufl. Hannover 1880.
34. — Hydrostatik. Dresden 1844.
35. de St-Venant. Formules et tables nouvelles pour la solution des problèmes relatifs aux eaux courantes. Paris 1851.
36. Scheffler, H. Prinzipien der Hydrostatik u. Hydraulik. Braunschweig 1847.
37. — Die Hydraulik auf neuen Grundlagen. Leipzig 1891.
38. Schrader, W. Elemente der Mechanik u. Maschinenlehre. II. Bd.: Hydromechanik. Halle 1862—71.
39. Tolkmitt, G. Grundlagen der Wasserbaukunst. Berlin 1898.
40. Unwin, W. C. Hydraulics. Encycl. Brit. 12 (1881).
41. Wagner, J. v. Harmonische Resultate der Ganguillet-Kutterschen Formel für die mittlere Flußgeschwindigkeit. Dresden 1869.
42. — Hydrologische Untersuchungen an der Weser, Elbe, dem Rhein u. mehreren kleinen Flüssen. Braunschweig 1881.
43. Weisbach, J. Untersuchungen aus dem Gebiete der Mechanik u. Hydraulik. Leipzig 1842—43.
44. — Die Experimental-Hydraulik. Freiberg 1855.
45. — Lehrbuch der Ingenieur- u. Maschinenmechanik. 5. Aufl. Bearb. von G. Hermann. Braunschweig 1875.
46. Wex, G. v. Hydrodynamik. Leipzig 1888.
47. Woltmann, R. Beschreibung des hydrometrischen Flügels u. dessen Gebrauch als Wind- u. Strommesser. Hamburg 1853.

Sammlung Göschen

Jeder Band eleg. geb. **80 Pf.**

Verzeichnis der bis jetzt erschienenen Bände.

Bibliothek der Philosophie.

Hauptprobleme der Philosophie v. Dr. Georg Simmel, Professor an der Universität Berlin. Nr. 500.

Einführung in die Philosophie von Dr. Max Wentscher, Professor an der Universität Königsberg. Nr. 281.

Geschichte der Philosophie IV: Neuere Philosophie bis Kant von Dr. Bruno Bauch, Professor a. d. Universität Halle a. S. Nr. 394.

— **V: Immanuel Kant** von Dr. Bruno Bauch, Prof. a. d. Univ. Halle. Nr. 536.

Psychologie und Logik zur Einführung in die Philosophie von Professor Dr. Th. Elsenhans. Mit 13 Figuren. Nr. 14.

Grundriß der Psychophysik von Professor Dr. G. F. Lipps in Leipzig. Mit 3 Figuren. Nr. 98.

Ethik von Professor Dr. Thomas Achelis in Bremen. Nr. 90.

Allgemeine Ästhetik von Professor Dr. Max Diez, Lehrer an der Kgl. Akademie der bildenden Künste in Stuttgart. Nr. 300.

Bibliothek der Sprachwissenschaft.

Indogerman. Sprachwissenschaft v. Dr. R. Meringer, Professor an der Universität Graz. Mit 1 Tafel. Nr. 59.

Germanische Sprachwissenschaft v. Dr. Rich. Loewe in Berlin. Nr. 238.

Romanische Sprachwissenschaft von Dr. Adolf Zauner, Privatdozent a. d. Univers. Wien. 2 Bde. Nr. 128, 250.

Semitische Sprachwissenschaft von Dr. C. Brockelmann, Professor an der Universität Königsberg. Nr. 291.

Finnisch-ugrische Sprachwissenschaft von Dr. Josef Szinnyei, Prof. an der Universität Budapest. Nr. 463.

Deutsche Grammatik und kurze Geschichte der deutschen Sprache v. Schulr. Prof. Dr. O. Lyon i. Dresden. Nr. 20.

Deutsche Poetik von Dr. K. Borinski, Prof. a. d. Univers. München. Nr. 40.

Deutsche Redelehre von Hans Probst, Gymnasialprof. in Bamberg. Nr. 61.

Aufsatzentwürfe von Oberstudienrat Dr. L. W. Straub, Rektor des Eberhard-Ludwigs-Gymnas. i. Stuttgart. Nr. 17.

Wörterbuch nach der neuen deutsch. Rechtschreib. v. Dr. Heinrich Klenz. Nr. 200.

Deutsches Wörterbuch v. Dr. Richard Loewe in Berlin. Nr. 64.

Das Fremdwort im Deutschen von Dr. Rudolf Kleinpaul, Leipzig. Nr. 55.

Deutsches Fremdwörterbuch von Dr. Rudolf Kleinpaul in Leipzig. Nr. 273.

Plattdeutsche Mundarten von Professor Dr. Hub. Grimme in Freiburg (Schweiz). Nr. 461.

Die deutschen Personennamen von Dr. Rudolf Kleinpaul, Leipzig. Nr. 422.

Länder- und Völkernamen von Dr. Rudolf Kleinpaul in Leipzig. Nr. 478.

Engl.-deutsch. Gesprächsbuch v. Prof. Dr. E. Hausknecht, Lausanne. Nr. 424.

Geschichte der griechischen Sprache I: Bis zum Ausgange der klassischen Zeit von Dr. Otto Hoffmann, Prof. an der Univ. Münster. Nr. 111.

— **der lateinischen Sprache** von Dr. Friedrich Stolz, Professor an der Universität Innsbruck. Nr. 492.

Grundriß der lateinischen Sprachlehre von Professor Dr. W. Votsch in Magdeburg. Nr. 82.
Russische Grammatik von Dr. Erich Berneker, Professor an der Universität Breslau. Nr. 66.
Kleines russisches Vokabelbuch von Dr. Erich Boehme, Lektor an der Handelshochschule Berlin. Nr. 475.
Russisch-deutsches Gesprächsbuch v. Dr. Erich Berneker, Professor an der Universität Breslau. Nr. 68.
Russisches Lesebuch mit Glossar von Dr. Erich Berneker, Professor an der Universität Breslau. Nr. 67.
Geschichte der klassischen Philologie von Dr. Wilh. Kroll, ord. Prof. an der Universität Münster. Nr. 367.

Literaturgeschichtliche Bibliothek.

Deutsche Literaturgeschichte von Dr. Max Koch, Professor an der Universität Breslau. Nr. 31.
Deutsche Literaturgeschichte der Klassikerzeit von Professor Carl Weitbrecht. Durchgesehen und ergänzt von Prof. Dr. Karl Berger. Nr. 161.
Deutsche Literaturgeschichte des 19. Jahrhunderts von Prof. Carl Weitbrecht. Durchgesehen und ergänzt v. Dr. Richard Weitbrecht in Wimpfen. 2 Teile. Nr. 134 und 135.
Geschichte des deutschen Romans von Dr. Hellmuth Mielke. Nr. 229.
Gotische Sprachdenkmäler m. Grammatik, Übersetzung und Erläuterungen von Dr. Herm. Jantzen, Direktor der Königin Luise-Schule in Königsberg i. Pr. Nr. 79.
Althochdeutsche Literatur mit Grammatik, Übersetzung und Erläuterungen von Th. Schauffler, Professor am Realgymnasium in Ulm. Nr. 28.
Eddalieder mit Grammatik, Übersetzung und Erläuterungen von Dr. Wilh. Ranisch, Gymnasialoberlehrer in Osnabrück. Nr. 171.
Das Waltharí-Lied. Ein Heldensang aus dem 10. Jahrhundert im Versmaße der Urschrift übersetzt und erläutert von Professor Dr. H. Althof in Weimar. Nr. 46.
Dichtungen aus mittelhochdeutscher Frühzeit. In Auswahl mit Einleitungen und Wörterbuch herausgegeben von Dr. Hermann Jantzen, Direktor der Königin Luise-Schule in Königsberg i. Pr. Nr. 137.
Der Nibelunge Nôt in Auswahl und **mittelhochdeutsche Grammatik** m. kurz. Wörterbuch v. Dr. W. Golther, Prof. a. d. Univ. Rostock. Nr. 1.
Kudrun und Dietrichepen. Mit Einleitung und Wörterbuch von Dr. O. L. Jiriczek, Professor an der Universität Würzburg. Nr. 10.
Hartmann von Aue, Wolfram von Eschenbach und Gottfried von Straßburg. Auswahl aus dem höfischen Epos mit Anmerkungen und Wörterbuch von Dr. K. Marold, Professor am Kgl. Friedrichskollegium zu Königsberg i. Pr. Nr. 22.
Walther von der Vogelweide mit Auswahl a. **Minnesang u. Spruchdichtung.** Mit Anmerkungen und einem Wörterbuch von O. Güntter, Prof. a. d. Oberrealschule u. a. d. Techn. Hochschule in Stuttgart. Nr. 23.
Die Epigonen des höfischen Epos. Auswahl aus deutschen Dichtungen des 13. Jahrhunderts von Dr. Viktor Junk, Aktuarius der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien. Nr. 289.
Deutsche Literaturdenkmäler des 14. und 15. Jahrhunderts, ausgewählt und erläutert von Dr. Hermann Jantzen, Direktor der Königin Luise-Schule in Königsberg i. Pr. Nr. 181.
Deutsche Literaturdenkmäler des 16. Jahrhunderts. I: Martin Luther, Thomas Murner und das Kirchenlied des 16. Jahrhunderts. Ausgewählt und mit Einleitungen und Anmerkungen versehen von Prof. G. Berlit, Oberlehrer am Nikolaigymnasium zu Leipzig. Nr. 7.
— **II: Hans Sachs.** Ausgewählt und erläutert von Professor Dr. Julius Sahr. Nr. 24.
— **III: Von Brant b. Rollenhagen: Brant, Hutten, Fischart, sowie Tierepos und Fabel.** Ausgewählt und erläutert von Professor Dr. Julius Sahr. Nr. 36.
— **des 17. und 18. Jahrhunderts** von Dr. Paul Legband in Berlin. 1. Teil. Nr. 364.

Simplicius Simplicissimus von Hans Jakob Christoffel von Grimmelshausen. In Auswahl herausgegeben von Dr. F. Bobertag, Dozent an der Universität Breslau. Nr. 138.

Das deutsche Volkslied. Ausgewählt und erläutert von Professor Dr. Julius Sahr. 2 Bändchen. Nr. 25 und 132.

Englische Literaturgeschichte von Dr. Carl Weiser in Wien. Nr. 69.

Grundzüge und Haupttypen der englischen Literaturgeschichte von Dr. Arnold M. M. Schröer, Prof. an der Handelshochschule in Köln. 2 Teile. Nr. 286 und 287.

Italienische Literaturgeschichte von Dr. Karl Voßler, Professor an der Universität Heidelberg. Nr. 125.

Spanische Literaturgeschichte v. Dr. Rudolf Beer, Wien. 2 Bde. Nr. 167, 168.

Portugiesische Literaturgeschichte v. Dr. Karl von Reinhardstoettner, Professor an der Königl. Technischen Hochschule München. Nr. 213.

Russische Literaturgeschichte v. Dr. Georg Polonskij in München. Nr. 166.

Russische Literatur von Dr. Erich Boehme, Lektor an der Handelshochschule Berlin. I. Teil: Auswahl moderner Prosa und Poesie mit ausführl. Anmerk. u. Akzentbezeichnung. Nr. 403.

— II. Teil: Всеволодъ Гаршинъ, Разсказы. Mit Anmerkungen und Akzentbezeichnung. Nr. 404.

Slavische Literaturgeschichte von Dr. Josef Karásek in Wien. **I:** Ältere Literatur b. z. Wiedergeburt. Nr. 277.

— **II:** Das 19. Jahrhundert. Nr. 278.

Nordische Literaturgeschichte. I: Die isländische u. norwegische Literatur des Mittelalters v. Dr. Wolfgang Golther, Prof. an der Univ. Rostock. Nr. 254.

Die Hauptliteraturen des Orients von Dr. Mich. Haberlandt, Privatdoz. a. d. Univers. Wien. I: Die Literaturen Ostasiens und Indiens. Nr. 162.

— II: Die Literaturen der Perser, Semiten und Türken. Nr. 163.

Die christlichen Literaturen des Orients von Dr. Anton Baumstark. **I:** Einleitung. — Das christlich-aramäische u. d. koptische Schrifttum. Nr. 527.

— **II:** Das christlich-arabische und das äthiopische Schrifttum. — Das christliche Schrifttum der Armenier und Georgier. Nr. 528.

Griechische Literaturgeschichte mit Berücksichtigung der Wissenschaften von Dr. Alfred Gercke, Professor an der Universität Greifswald. Nr. 70.

Römische Literaturgeschichte von Dr. Herm. Joachim, Hamburg. Nr. 52.

Die Metamorphosen des P. Ovidius Naso. In Auswahl mit einer Einleitung und Anmerkungen herausgegeben von Dr. Julius Ziehen in Frankfurt a. M. Nr. 442.

Vergil, Aeneis. In Auswahl mit einer Einleitung und Anmerkungen herausgegeben von Dr. Julius Ziehen in Frankfurt a. M. Nr. 497.

Geschichtliche Bibliothek.

Einleitung in die Geschichtswissenschaft v. Dr. Ernst Bernheim, Prof. a. d. Universität Greifswald. Nr. 270.

Urgeschichte der Menschheit von Dr. Moriz Hoernes, Prof. a. d. Universität Wien. Mit 53 Abbildungen. Nr. 42.

Geschichte des alten Morgenlandes von Dr. Fr. Hommel, o. ö. Prof. der semitischen Sprachen an der Universit. München. Mit 9 Voll- u. Textbildern u. 1 Karte des Morgenlandes. Nr. 43.

Geschichte Israels bis auf die griech. Zeit v. Lic. Dr. J. Benzinger. Nr. 231.

Neutestamentliche Zeitgeschichte v. Lic. Dr. W. Staerk, Prof. an der Universität Jena. **I:** Der historische und kulturgeschichtliche Hintergrund des Urchristentums. Mit 3 Karten. Nr. 325.

— **II:** Die Religion des Judentums im Zeitalter des Hellenismus u. d. Römerherrschaft. Mit 1 Planskizze. Nr. 326.

Griechische Geschichte von Dr. Heinrich Swoboda, Professor a. d. Deutschen Universität Prag. Nr. 49.

Griechische Altertumskunde v. Prof. Dr. Rich. Maisch, neu bearbeitet von Rektor Dr. Franz Pohlhammer. Mit 9 Vollbildern. Nr. 16.

Römische Geschichte von Realgymnasialdirektor Dr. Julius Koch in Grunewald. Nr. 19.

Römische Altertumskunde v. Dr. Leo Bloch, Wien. Mit 8 Vollbild. Nr. 45.

Geschichte d. byzantinischen Reiches v. Dr. K. Roth in Kempten. Nr. 190.

Deutsche Geschichte von Prof. Dr. F. Kurze, Oberlehrer am Königl. Luisengymnasium in Berlin. **I: Mittelalter** (bis 1519). Nr. 33.
— **II: Zeitalter der Reformation und der Religionskriege** (1500 bis 1648). Nr. 34.
— **III: Vom Westfälischen Frieden bis zur Auflösung des alten Reichs** (1648—1806). Nr. 35.
Deutsche Stammeskunde von Dr. Rudolf Much, Prof. a. d. Univ. Wien. Mit 2 Karten und 2 Tafeln. Nr. 126.
Die deutschen Altertümer von Dr. Franz Fuhse, Dir. d. Städt. Museums in Braunschweig. Mit 70 Abb. Nr. 124.
Abriß der Burgenkunde von Hofrat Dr. Otto Piper in München. Mit 30 Abbildungen. Nr. 119.
Deutsche Kulturgeschichte von Dr. Reinh. Günther. Nr. 56.
Deutsches Leben im 12. u. 13. Jahrhundert von Prof. Dr. Jul. Dieffenbacher i. Freiburg i. B. Realkommentar zu den Volks- und Kunstepen und zum Minnesang. **I:** Öffentliches Leben. Mit 1 Tafel und Abbildgn. Nr. 93.
— **II:** Privatleben. Mit Abb. Nr. 328.
Quellenkunde der Deutschen Geschichte von Dr. Carl Jacob, Prof. a. d. Univ. Tübingen. 1. Bd. Nr. 279.
Österreichische Geschichte von Prof. Dr. Franz von Krones, neu bearbeitet von Dr. Karl Uhlirz, Prof. an der Universität Graz. **I:** Von der Urzeit bis z. Tode König Albrechts II. (1439). Mit 11 Stammtafeln. Nr. 104.
— — **II:** Vom Tode König Albrechts II. bis zum Westfälischen Frieden (1440 bis 1648). Mit 2 Stammtaf. Nr. 105.
Englische Geschichte von Professor L. Gerber in Düsseldorf. Nr. 375.
Französische Geschichte von Dr. R. Sternfeld, Professor an der Universität Berlin. Nr. 85.
Russische Geschichte von Dr. Wilhelm Reeb, Oberlehrer am Ostergymnasium in Mainz. Nr. 4.
Polnische Geschichte von Dr. Clemens Brandenburger in Posen. Nr. 338.
Spanische Geschichte von Dr. Gust. Diercks. Nr. 266.
Schweizerische Geschichte von Dr. K. Dändliker, Professor an der Universität Zürich. Nr. 188.
Geschichte der christlichen Balkanstaaten (Bulgarien, Serbien, Rumänien, Montenegro, Griechenland) von Dr. K. Roth in Kempten. Nr. 331.
Bayerische Geschichte von Dr. Hans Ockel in Augsburg. Nr. 160.
Geschichte Frankens v. Dr. Christian Meyer, Kgl. preuß. Staatsarchivar a. D. in München. Nr. 434.
Sächsische Geschichte von Professor Otto Kaemmel, Rektor des Nikolaigymnasiums zu Leipzig. Nr. 100.
Thüringische Geschichte v. Dr. Ernst Devrient in Leipzig. Nr. 352.
Badische Geschichte von Dr. Karl Brunner, Professor am Gymnasium zu Pforzheim und Privatdozent der Geschichte an der Technischen Hochschule in Karlsruhe. Nr. 230.
Württembergische Geschichte v. Dr. Karl Weller, Professor am Karlsgymnasium in Stuttgart. Nr. 462.
Geschichte Lothringens von Geheim. Regierungsrat Dr. Herm. Derichsweiler in Straßburg. Nr. 6.
Die Kultur der Renaissance. Gesittung, Forschung, Dichtung von Dr. Robert F. Arnold, Professor an der Universität Wien. Nr. 189.
Geschichte des 19. Jahrhunderts v. Oskar Jäger, o. Honorarprofessor an der Universität Bonn. 1. Bändchen: 1800—1852. Nr. 216.
— — 2. Bändchen: 1853 bis Ende d. Jahrhunderts. Nr. 217.
Kolonialgeschichte von Dr. Dietrich Schäfer, Professor der Geschichte an der Universität Berlin. Nr. 156.
Die Seemacht in der deutschen Geschichte von Wirkl. Admiralitätsrat Dr. Ernst von Halle, Professor an der Universität Berlin. Nr. 370.

Geographische Bibliothek.

Physische Geographie v. Dr. Siegm. Günther, Professor an der Königl. Technischen Hochschule in München. Mit 32 Abbildungen. Nr. 26.
Astronomische Geographie von Dr. Siegm. Günther, Professor an der Kgl. Technisch. Hochschule in München. Mit 52 Abbildungen. Nr. 92.

Klimakunde. I: Allgemeine Klimalehre von Professor Dr. W. Köppen, Meteorologe der Seewarte Hamburg. Mit 7 Tafeln u. 2 Figuren. Nr. 114.

Paläoklimatologie von Dr. Wilh. R. Eckardt, Assistent a. Meteorologischen Observatorium und der öffentl. Wetterdienststelle in Aachen. Nr. 482.

Meteorologie von Dr. W. Trabert, Prof. an der Univers. in Innsbruck. Mit 49 Abbild. u. 7 Tafeln. Nr. 54.

Physische Meereskunde v. Prof. Dr. Gerhard Schott, Abteilungsvorsteher a. der Deutschen Seewarte in Hamburg. Mit 39 Abb. im Text u. 8 Taf. Nr. 112.

Paläogeographie. Geologische Geschichte der Meere u. Festländer v. Dr. Fr. Kossmat, Wien. M. 6 Kart. Nr. 406.

Das Eiszeitalter von Dr. Emil Werth in Berlin-Wilmersdorf. Mit 17 Abbildungen und 1 Karte. Nr. 431.

Die Alpen v. Dr. Robert Sieger, Prof. an der Universität Graz. Mit 19 Abbildungen und 1 Karte. Nr. 129.

Gletscherkunde v. Dr. Fritz Machaček in Wien. Mit 5 Abbildungen im Text und 11 Tafeln. Nr. 154.

Pflanzengeographie von Prof. Dr. Ludwig Diels, Privatdozent an der Universität Berlin. Nr. 389.

Tiergeographie v. Dr. Arnold Jacobi, Prof. der Zoologie a. d. Kgl. Forstak. zu Tharandt. Mit 2 Karten. Nr. 218.

Länderkunde von Europa von Dr. Franz Heiderich, Prof. an der Exportakademie in Wien. Mit 10 Textkärtchen und Profilen und einer Karte der Alpeneinteilung. Nr. 62.

Länderkunde der außereurop. Erdteile von Dr. Franz Heiderich, Prof. an der Exportakademie in Wien. Mit 11 Textkärtchen und Profilen. Nr. 63.

Landeskunde und Wirtschaftsgeographie d. Festlandes Australien von Dr. Kurt Hassert, Prof. an der Handelshochschule i. Köln. Mit 8 Abb., 6 graph. Tabell. u. 1 Karte. Nr. 319.

Landeskunde von Baden von Prof. Dr. O. Kienitz in Karlsruhe. Mit Profilen, Abbild. u. 1 Karte. Nr. 199.

— **des Königreichs Bayern** von Dr. W. Götz, Professor an der Kgl. Techn. Hochschule München. Mit Profilen, Abbildungen und 1 Karte. Nr. 176.

Landeskunde der Republik Brasilien von Rodolpho von Ihering. Mit 12 Abb. u. einer Karte. Nr. 373.

— **von Britisch-Nordamerika** von Professor Dr. A. Oppel in Bremen. Mit 13 Abbild. u. 1 Karte. Nr. 284.

— **von Elsaß-Lothringen** von Prof. Dr. R. Langenbeck in Straßburg i. E. Mit 11 Abbild. u. 1 Karte. Nr. 215.

— **von Frankreich** von Dr. Richard Neuse, Direktor der Oberrealschule in Spandau. 1. Bändchen. Mit 23 Abbildungen im Text und 16 Landschaftsbildern auf 16 Tafeln. Nr. 466.

— — 2. Bändchen. Mit 15 Abbildungen im Text, 18 Landschaftsbildern auf 16 Tafeln u. 1 lithogr. Karte. Nr. 467.

— **des Großherzogtums Hessen, der Provinz Hessen-Nassau und des Fürstentums Waldeck** von Prof. Dr. Georg Greim in Darmstadt. Mit 13 Abbild. u. 1 Karte. Nr. 376.

— **der Iberischen Halbinsel** von Dr. Fritz Regel, Professor an der Universität Würzburg. Mit 8 Kärtchen und 8 Abbildungen im Text und 1 Karte in Farbendruck. Nr. 235.

— **der Großherzogtümer Mecklenburg u. d. Freien u. Hansestadt Lübeck** von Dr. Sebald Schwarz, Direktor der Realschule zum Dom in Lübeck. Mit 17 Abbildungen und Karten im Text, 16 Tafeln und einer Karte in Lithographie. Nr. 487.

— **von Österreich-Ungarn** von Dr. Alfred Grund, Professor an der Universität Berlin. Mit 10 Textillustrationen und 1 Karte. Nr. 244.

— **der Rheinprovinz** von Dr. V. Steinecke, Direktor des Realgymnasiums in Essen. Mit 9 Abbildungen, 3 Kärtchen und 1 Karte. Nr. 308.

— **des Europäisch. Rußlands nebst Finnlands** von Dr. Alfred Philippson, ord. Prof. der Geographie an der Univ. Halle a. S. Mit 9 Abb., 7 Textkarten und 1 lithogr. Karte. Nr. 359.

— **des Königreichs Sachsen** v. Dr. J. Zemmrich, Oberlehrer am Realgymnasium in Plauen. Mit 12 Abbildungen und 1 Karte. Nr. 258.

— **der Schweiz** von Professor Dr. H. Walser in Bern. Mit 16 Abbildungen und einer Karte. Nr. 398.

Landeskunde von Skandinavien (Schweden, Norwegen und Dänemark) von Kreisschulinspektor Heinrich Kerp in Kreuzburg. Mit 11 Abbildungen und 1 Karte. Nr. 202.

— **der Vereinigten Staaten von Nordamerika** von Prof. Heinrich Fischer, Oberlehrer am Luisenstädtischen Realgymnas. in Berlin. Mit Karten, Fig. u. Taf. 2 Bde. Nr. 381, 382.

— **des Königreichs Württemberg** von Dr. Kurt Hassert, Prof. an der Handelshochschule in Köln. M. 16 Vollbildern und 1 Karte. Nr. 157.

Die deutschen Kolonien I: Togo und Kamerun von Prof. Dr. Karl Dove in Göttingen. Mit 16 Tafeln und einer lithographischen Karte. Nr. 441.

Landes- u. Volkskunde Palästinas v. Privatdoz. Dr. G. Hölscher, Halle a. S. Mit 8 Vollbildern u. 1 Karte. Nr. 345.

Völkerkunde von Dr. Michael Haberlandt, Privatdozent an der Universität Wien. Mit 56 Abbildung. Nr. 73.

Kartenkunde, geschichtlich dargestellt v. E. Gelcich, Direktor der k. k. Nautischen Schule, Lussinpiccolo, F. Sauter, Prof. am Realgymnasium in Ulm und Dr. Paul Dinse, Assistent der Gesellschaft für Erdkunde in Berlin, neu bearbeitet v. Dr. M. Groll, Kartograph in Berlin. Mit 71 Abbild. Nr. 30.

Mathematische und astronomische Bibliothek.

Geschichte der Mathematik von Dr. A. Sturm, Prof. am Obergymnasium in Seitenstetten. Nr. 226.

Arithmetik und Algebra von Dr. Hermann Schubert, Professor an der Gelehrtenschule des Johanneums in Hamburg. Nr. 47.

Beispielsammlung zur Arithmetik und Algebra von Dr. Hermann Schubert, Prof. a. d. Gelehrtenschule des Johanneums in Hamburg. Nr. 48.

Algebraische Kurven v. Eugen Beutel, Oberreallehrer in Vaihingen-Enz. I: Kurvendiskussion. Mit 57 Figuren im Text. Nr. 435.

— **II:** Theorie und Kurven dritter und vierter Ordnung. Mit 52 Figuren im Text. Nr. 436.

Determinanten von Paul B. Fischer, Oberlehrer an der Oberrealschule zu Groß-Lichterfelde. Nr. 402.

Koordinatensysteme v. Paul B. Fischer, Oberlehrer an der Oberrealschule zu Groß-Lichterfelde. Mit 8 Fig. Nr. 507.

Ebene Geometrie mit 110 zweifarbig. Figuren von G. Mahler, Professor am Gymnasium in Ulm. Nr. 41.

Darstellende Geometrie von Dr. Rob. Haußner, Prof. an der Univers. Jena. I: Mit 110 Figuren. Nr. 142.

— **II:** Mit 40 Figuren. Nr. 143.

Wahrscheinlichkeitsrechnung von Dr. Franz Hack, Professor am Eberhard-Ludwigs-Gymnasium i. Stuttgart. Mit 15 Figuren im Text. Nr. 508.

Ebene u. sphärische Trigonometrie mit 70 Figuren von Dr. Gerhard Hessenberg, Prof. a. d. Landwirtschaftl. Akademie Bonn-Poppelsdorf. Nr. 99.

Stereometrie mit 66 Figuren von Dr. R. Glaser in Stuttgart. Nr. 97.

Niedere Analysis mit 6 Figuren von Professor Dr. Benedikt Sporer in Ehingen. Nr. 53.

Vierstellige Tafeln u. Gegentafeln für logarithmisches und trigonometrisches Rechnen in zwei Farben zusammengestellt von Dr. Hermann Schubert, Prof. an d. Gelehrtenschule d. Johanneums in Hamburg. Nr. 81.

Fünfstellige Logarithmen von Prof. Aug. Adler, Direktor der k. k. Staatsoberrealschule in Wien. Nr. 423.

Analytische Geometrie der Ebene mit 57 Figuren von Professor Dr. M. Simon in Straßburg. Nr. 65.

Aufgabensammlung zur analytisch. Geometrie der Ebene mit 32 Fig. von O. Th. Bürklen, Prof. am Realgymnas. in Schwäb.-Gmünd. Nr. 256.

Analytische Geometrie des Raumes mit 28 Abbildungen von Professor Dr. M. Simon in Straßburg. Nr. 89.

Aufgabensammlung zur analytischen Geometrie des Raumes mit 8 Fig. von O. Th. Bürklen, Prof. am Realgymnas. in Schwäb.-Gmünd. Nr. 309.

Höhere Analysis von Dr. Friedrich Junker, Prof. am Karlsgymnasium in Stuttgart. **I: Differentialrechnung** mit 68 Figuren. Nr. 87.

— **II: Integralrechnung** mit 89 Figuren. Nr. 88.

Repetitorium und Aufgabensammlung zur Differentialrechnung mit 46 Fig. von Dr. Friedr. Junker, Prof. a. Karlsgymn., Stuttgart. Nr. 146.

Repetitorium und Aufgabensammlung zur Integralrechnung mit 52 Fig. von Dr. Friedr. Junker, Prof. am Karlsgymn. in Stuttgart. Nr. 147.

Projektive Geometrie in synthetischer Behandlung mit 91 Fig. von Dr. K. Doehlemann, Professor an der Universität München. Nr. 72.

Mathematische Formelsammlung u. Repetitorium der Mathematik, enth. die wichtigsten Formeln und Lehrsätze der Arithmetik, Algebra, algebraischen Analysis, ebenen Geometrie, Stereometrie, ebenen und sphärischen Trigonometrie, mathem. Geographie, analyt. Geometrie der Ebene und des Raumes, der Differential- und Integralrechnung von O. Th. Bürklen, Professor a. Königl. Realgymnasium in Schwäb.-Gmünd. Mit 18 Fig. Nr. 51.

Einführung in die geometrische Optik von Dr. W. Hinrichs in Wilmersdorf-Berlin. Nr. 532.

Versicherungsmathematik von Dr. Alfred Loewy, Professor an der Universität Freiburg i. Br. Nr. 180.

Geometrisches Zeichnen v. H. Becker, neu bearbeitet v. Prof. J. Vonderlinn, Direktor der Kgl. Baugewerkschule zu Münster i. W. Mit 290 Figuren und 23 Tafeln im Text. Nr. 58.

Vektoranalysis von Dr. Siegfr. Valentiner, Privatdozent für Physik an der Univers. Berlin. Mit 11 Fig. Nr. 354.

Astronomie. Größe, Bewegung und Entfernung der Himmelskörper von A. F. Möbius, neu bearbeitet von Dr. Herm. Kobold, Prof. an der Universität Kiel. I: Das Planetensystem. Mit 33 Abbildungen. Nr. 11.

— II: Kometen, Meteore und das Sternsystem. Mit 14 Figuren und 2 Sternkarten. Nr. 529.

Astrophysik. Die Beschaffenheit der Himmelskörper v. Dr. Walter F. Wislicenus, neu bearb. von Dr. H. Ludendorff, Potsdam. Mit 15 Abb. Nr. 91.

Astronomische Geographie mit 52 Fig. von Dr. Siegm. Günther, Prof. a. d. Techn. Hochschule in München. Nr. 92.

Vermessungskunde von Dipl.-Ingen. P. Werkmeister, Oberlehrer an der Kaiserl. Techn. Schule i. Straßburg i. E. I: Feldmessen und Nivellieren. Mit 146 Abbildungen. Nr. 468.

— II: Der Theodolit. Trigonometrische u. barometrische Höhenmessung. Tachymetrie. Mit 109 Abbild. Nr. 469.

Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate mit 15 Fig. und 2 Tafeln von Wilh. Weitbrecht, Professor der Geodäsie in Stuttgart. Nr. 302.

Nautik. Kurzer Abriß des täglich an Bord von Handelsschiffen angewandten Teils der Schiffahrtskunde mit 56 Abbild. von Dr. Franz Schulze, Direktor d. Navigationsschule zu Lübeck. Nr. 84.

☛ **Gleichzeitig macht die Verlagshandlung auf die „Sammlung Schubert“, eine Sammlung mathematischer Lehrbücher, aufmerksam. Ein vollständiges Verzeichnis dieser Sammlung, sowie ein ausführlicher Katalog aller übrigen mathematischen Werke der G. J. Göschen'schen Verlagshandlung kann kostenfrei durch jede Buchhandlung bezogen werden.**

Naturwissenschaftliche Bibliothek.

Paläontologie und Abstammungslehre von Professor Dr. Karl Diener in Wien. Mit 9 Abbild. Nr. 460.

Der menschliche Körper, sein Bau und seine Tätigkeiten von E. Rebmann, Oberschulrat in Karlsruhe. Mit Gesundheitslehre von Dr. med. H. Seiler. M. 47 Abb. u. 1 Taf. Nr. 18.

Urgeschichte der Menschheit von Dr. Moriz Hoernes, Prof. an der Universität Wien. Mit 53 Abb. Nr. 42.

Völkerkunde von Dr. Michael Haberlandt, k. u. k. Kustos der ethnogr. Sammlung des naturhistor. Hofmuseums und Privatdozent an der Universität Wien. Mit 51 Abbildungen. Nr. 73.

Tierkunde von Dr. Franz v. Wagner, Professor an der Universität Graz. Mit 78 Abbildungen. Nr. 60.

Abriß der Biologie der Tiere von Dr. Heinrich Simroth, Professor an der Universität Leipzig. Nr. 131.

Tiergeographie von Dr. Arnold Jacobi, Professor der Zoologie an der Königl. Forstakademie zu Tharandt. Mit 2 Karten. Nr. 218.

Das Tierreich. I: Säugetiere von Oberstudienrat Professor Dr. Kurt Lampert, Vorsteher des Königlichen Naturalienkabinetts in Stuttgart. Mit 15 Abbildungen. Nr. 282.

— **III: Reptilien und Amphibien** von Dr. Franz Werner, Privatdozent an der Universität Wien. Mit 48 Abbildungen. Nr. 383.

— **IV: Fische** von Dr. Max Rauther, Professor der Zoologie an der Univ. Jena. Mit 37 Abb. Nr. 356.

— **VI: Die wirbellosen Tiere** von Dr. Ludwig Böhmig, Professor der Zoologie an der Universität Graz. I: Urtiere, Schwämme, Nesseltiere, Rippenquallen und Würmer. Mit 74 Figuren. Nr. 439.

— — II: Krebse, Spinnentiere, Tausendfüßer, Weichtiere, Moostierchen, Armfüßer, Stachelhäuter und Manteltiere. Mit 97 Figuren. Nr. 440.

Entwicklungsgeschichte der Tiere von Dr. Johannes Meisenheimer, Professor der Zoologie an der Universität Marburg. I: Furchung, Primitivanlagen, Larven, Formbildung, Embryonalhüllen. Mit 48 Fig. Nr. 378.

— II: Organbildung. Mit 46 Fig. Nr. 379.

Schmarotzer und Schmarotzertum in der Tierwelt. Erste Einführung in die tierische Schmarotzerkunde von Dr. Franz von Wagner, Prof. an der Univ. Graz. Mit 67 Abb. Nr. 151.

Geschichte der Zoologie von Dr. Rud. Burckhardt, weil. Direktor der Zoologischen Station des Berliner Aquariums in Rovigno (Istrien). Nr. 357.

Die Pflanze, ihr Bau und ihr Leben von Professor Dr. E. Dennert in Godesberg. Mit 96 Abbildungen. Nr. 44.

Das Pflanzenreich. Einteilung des gesamten Pflanzenreichs mit den wichtigsten und bekanntesten Arten von Dr. F. Reinecke in Breslau und Dr. W. Migula, Professor an der Forstakademie Eisenach. Mit 50 Figuren. Nr. 122.

Die Stämme des Pflanzenreichs von Privatdozent Dr. Rob. Pilger, Kustos am Königl. Botanischen Garten in Berlin-Dahlem. Mit 22 Abbildungen. Nr. 485.

Pflanzenbiologie von Dr. W. Migula, Professor an der Forstakademie Eisenach. Mit 50 Abbildungen. Nr. 127.

Pflanzengeographie von Prof. Dr. Ludwig Diels, Privatdozent an der Universität Berlin. Nr. 389.

Morphologie, Anatomie und Physiologie der Pflanzen von Dr. W. Migula, Professor an der Forstakademie Eisenach. Mit 50 Abbild. Nr. 141.

Die Pflanzenwelt der Gewässer von Dr. W. Migula, Professor an der Forstakademie Eisenach. Mit 50 Abbildungen. Nr. 158.

Exkursionsflora von Deutschland zum Bestimmen d. häufigeren in Deutschland wildwachsenden Pflanzen von Dr. W. Migula, Professor an der Forstakademie Eisenach. 2 Teile. Mit 100 Abbildungen. Nr. 268, 269.

Die Nadelhölzer von Prof. Dr. F. W. Neger in Tharandt. Mit 85 Abbild., 5 Tabellen und 3 Karten. Nr. 355.

Nutzpflanzen von Professor Dr. J. Behrens, Vorst. der Großh. landwirtschaftlichen Versuchsanstalt Augustenberg. Mit 53 Figuren. Nr. 123.

Das System der Blütenpflanzen mit Ausschluß der Gymnospermen von Dr. R. Pilger, Assistent am Königl. Botanischen Garten in Berlin-Dahlem. Mit 31 Figuren. Nr. 393.

Pflanzenkrankheiten von Dr. Werner Friedrich Bruck in Gießen. Mit 1 farb. Tafel und 45 Abbildungen. Nr. 310.

Mineralogie von Dr. Robert Brauns, Professor an der Universität Bonn. Mit 132 Abbildungen. Nr. 29.

Geologie in kurzem Auszug für Schulen und zur Selbstbelehrung zusammengestellt von Professor Dr. Eberh. Fraas in Stuttgart. Mit 16 Abbildungen u. 4 Tafeln mit 51 Figuren. Nr. 13.

Paläontologie von Dr. Rud. Hoernes, Professor an der Universität Graz. Mit 87 Abbildungen. Nr. 95.

Petrographie von Dr. W. Bruhns, Professor an der Universität Straßburg i. E. Mit 15 Abbildungen. Nr. 173.

Kristallographie von Dr. W. Bruhns, Prof. an der Universität Straßburg i. E. Mit 190 Abbildungen. Nr. 210.

Geschichte der Physik von A. Kistner, Professor an der Großh. Realschule zu Sinsheim a. E. I: Die Physik bis Newton. Mit 13 Figuren. Nr. 293.

Geschichte der Physik. II: Die Physik von Newton bis zur Gegenwart. Mit 3 Figuren. Nr. 294.
Theoretische Physik. Von Dr. Gustav Jäger, Prof. der Physik an der Techn. Hochschule in Wien. I. Teil: Mechanik u. Akustik. M. 19 Abb. Nr. 76.
— II. Teil: Licht und Wärme. Mit 47 Abbildungen. Nr. 77.
— III. Teil: Elektrizität und Magnetismus. Mit 33 Abbildungen. Nr. 78.
— IV. Teil: Elektromagnetische Lichttheorie u. Elektronik. Mit 21 Fig. Nr. 374.
Radioaktivität von Wilh. Frommel. Mit 18 Figuren. Nr. 317.
Physikalische Messungsmethoden von Wilhelm Bahrdt, Oberlehrer an der Oberrealschule in Groß-Lichterfelde. Mit 49 Figuren. Nr. 301.
Physikalische Aufgabensammlung von G. Mahler, Prof. am Gymnasium in Ulm. Mit den Resultaten. Nr. 243.
Physikalische Formelsammlung von G. Mahler, Professor am Gymnasium in Ulm. Nr. 136.
Physikalisch-Chemische Rechenaufgaben von Prof. Dr. R. Abegg und Privatdozent Dr. O. Sackur, beide an der Universität Breslau. Nr. 445.
Vektoranalysis von Dr. Siegfr. Valentiner, Privatdozent für Physik an der Univ. Berlin. Mit 11 Fig. Nr. 354.
Geschichte der Chemie von Dr. Hugo Bauer, Assistent am chemischen Laboratorium der Königl. Technischen Hochschule Stuttgart. I: Von den ältesten Zeiten bis zur Verbrennungstheorie von Lavoisier. Nr. 264.
— II: Von Lavoisier b. z. Gegenw. Nr. 265.
Anorganische Chemie von Dr. Jos. Klein in Mannheim. Nr. 37.
Metalloide (Anorganische Chemie I. Teil) von Dr. Oskar Schmidt, dipl. Ingenieur, Assistent an der Königl. Baugewerkschule in Stuttgart. Nr. 211.
Metalle (Anorganische Chemie II. Teil) von Dr. Oskar Schmidt, dipl. Ingenieur, Assistent an der Kgl. Baugewerkschule in Stuttgart. Nr. 212.
Organische Chemie von Dr. Jos. Klein in Mannheim. Nr. 38.
Chemie der Kohlenstoffverbindungen von Dr. Hugo Bauer, Assistent am chem. Laboratorium der Kgl. Technischen Hochschule Stuttgart. I. II. Aliphatische Verbindungen. 2 Teile. Nr. 191, 192.
Chemie der Kohlenstoffverbindungen. III: Karbocyklische Verbindungen. Nr. 193.
— IV: Heterocyklische Verbind. Nr. 194.
Analytische Chemie von Dr. Johannes Hoppe. I: Theorie und Gang der Analyse. Nr. 247.
— II: Reaktion der Metalloide und Metalle. Nr. 248.
Maßanalyse von Dr. Otto Röhm in Stuttgart. Mit 14 Figuren. Nr. 221.
Technisch-Chemische Analyse von Dr. G. Lunge, Professor an der Eidgen. Polytechnischen Schule in Zürich. Mit 16 Abbildungen. Nr. 195.
Stereochemie von Dr. E. Wedekind, Professor an der Universität Tübingen. Mit 34 Abbildungen. Nr. 201.
Allgemeine u. physikalische Chemie von Dr. Max Rudolphi, Professor an der Technischen Hochschule in Darmstadt. Mit 22 Figuren. Nr. 71.
Elektrochemie von Dr. Heinrich Danneel in Genf. I. Teil: Theoretische Elektrochemie und ihre physikalisch-chemischen Grundlagen. Mit 18 Figuren. Nr. 252.
— II: Experimentelle Elektrochemie, Meßmethoden, Leitfähigkeit, Lösungen. Mit 26 Figuren. Nr. 253.
Toxikologische Chemie von Privatdozent Dr. E. Mannheim in Bonn. Mit 6 Abbildungen. Nr. 465.
Agrikulturchemie. I: **Pflanzenernährung** v. Dr. Karl Grauer. Nr. 329.
Das agrikulturchemische Kontrollwesen von Dr. Paul Krische in Göttingen. Nr. 304.
Agrikulturchemische Untersuchungsmethoden von Professor Dr. Emil Haselhoff, Vorsteher der landwirtschaftl. Versuchsstation in Marburg. Nr. 470.
Physiologische Chemie von Dr. med. A. Legahn in Berlin. I: Assimilation. Mit 2 Tafeln. Nr. 240.
— II: Dissimilation. Mit 1 Taf. Nr. 241.
Meteorologie von Dr. W. Trabert, Professor an der Universität Innsbruck. Mit 49 Abbild. u. 7 Tafeln. Nr. 54.
Erdmagnetismus, Erdstrom und Polarlicht von Dr. A. Nippoldt jr., Mitglied des Königl. Preuß. Meteorologischen Instituts zu Potsdam. Mit 14 Abbildungen und 3 Taf. Nr. 175.

Astronomie. Größe, Bewegung und Entfernung der Himmelskörper von A. F. Möbius, neu bearbeitet von Dr. Herm. Kobold, Professor an der Universität Kiel. I: Das Planetensystem. Mit 33 Abbildungen. Nr. 11.
— II: Kometen, Meteore und das Sternsystem. Mit 14 Figuren und 2 Sternkarten. Nr. 529.
Astrophysik. Die Beschaffenheit der Himmelskörper von Professor Dr. Walter F. Wislicenus. Neu bearbeitet von Dr. H. Ludendorff, Potsdam. Mit 15 Abbildungen. Nr. 91.
Astronomische Geographie von Dr. Siegmund Günther, Professor an der Technischen Hochschule in München. Mit 52 Abbildungen. Nr. 92.
Physische Geographie von Dr. Siegmund Günther, Professor an der Kgl. Technischen Hochschule in München. Mit 32 Abbildungen. Nr. 26.
Physische Meereskunde von Professor Dr. Gerhard Schott, Abteilungsvorsteher an der Deutschen Seewarte in Hamburg. Mit 39 Abbildungen im Text und 8 Tafeln. Nr. 112.
Klimakunde I: Allgemeine Klimalehre von Professor Dr. W. Köppen, Meteorologe der Seewarte Hamburg. Mit 7 Tafeln und 2 Figuren. Nr. 114.
Paläoklimatologie von Dr. Wilh. R. Eckardt in Aachen. Nr. 482.

Bibliothek der Physik.

Siehe unter Naturwissenschaften.

Bibliothek der Chemie.

Siehe unter Naturwissenschaften und Technologie.

Bibliothek der Technologie.

Chemische Technologie.

Allgemeine chemische Technologie von Gustav Rauter in Charlottenburg. Nr. 113.
Die Fette und Öle sowie die **Seifen- und Kerzenfabrikation** und die **Harze, Lacke, Firnisse** mit ihren wichtigsten Hilfsstoffen von Dr. Karl Braun. I: Einführung in die Chemie, Besprechung einiger Salze und der Fette und Öle. Nr. 335.
Die Fette und Öle. II: Die Seifenfabrikation, die Seifenanalyse und die Kerzenfabrikation. M. 25 Abb. Nr. 336.
— III: Harze, Lacke, Firnisse. Nr. 337.
Ätherische Öle und Riechstoffe von Dr. F. Rochussen in Miltitz. Mit 9 Abbildungen. Nr. 446.
Die Explosivstoffe. Einführung in die Chemie der explosiven Vorgänge von Dr. H. Brunswig in Neubabelsberg. Mit 16 Abbildungen. Nr. 333.
Brauereiwesen I: Mälzerei von Dr. Paul Dreverhoff, Direktor der Brauer- und Mälzerschule in Grimma. Mit 16 Abbildungen. Nr. 303.
Das Wasser und seine Verwendung in Industrie und Gewerbe von Dipl.-Ing. Dr. Ernst Leher. Mit 15 Abbildungen. Nr. 261.
Wasser und Abwässer. Ihre Zusammensetzung, Beurteilung und Untersuchung von Prof. Dr. Emil Haselhoff, Vorsteher der landwirtsch. Versuchsstation in Marburg in Hessen. Nr. 473.
Zündwaren von Direktor Dr. Alfons Bujard, Vorstand des Städt. Chem. Laboratoriums in Stuttgart. Nr. 109.
Anorganische chemische Industrie von Dr. Gustav Rauter in Charlottenburg. I: Die Leblancsodaindustrie und ihre Nebenzweige. Mit 12 Taf. Nr. 205.
— II: Salinenwesen, Kalisalze, Düngerindustrie und Verwandtes. Mit 6 Tafeln. Nr. 206.
— III: Anorganische chemische Präparate. Mit 6 Tafeln. Nr. 207.
Metallurgie von Dr. Aug. Geitz in München. 2 Bände. Mit 21 Figuren. Nr. 313, 314.
Elektrometallurgie von Regier.-Rat Dr. Fr. Regelsberger in Steglitz-Berlin. Mit 16 Figuren. Nr. 110.
Die Industrie der Silikate, der künstlichen Bausteine und des Mörtels von Dr. Gustav Rauter. I: Glas- und keramische Industrie. Mit 12 Tafeln. Nr. 233.
— II: Die Industrie der künstlichen Bausteine und des Mörtels. Mit 12 Tafeln. Nr. 234.
Die Teerfarbstoffe mit besonderer Berücksichtigung der synthetischen Methoden von Dr. Hans Bucherer. Prof. an der Kgl. Techn. Hochschule Dresden. Nr. 214.

Mechanische Technologie.

Mechanische Technologie von Geh. Hofrat Professor A. Lüdicke in Braunschweig. 2 Bände. Nr. 340, 341.

Textil-Industrie I: Spinnerei und Zwirnerei von Prof. Max Gürtler, Geh. Regierungsrat im Kgl. Landesgewerbeamt zu Berlin. Mit 39 Fig. Nr. 184.

— **II:** Weberei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- und Gardinenfabrikation und Filzfabrikation von Professor Max Gürtler, Geh. Regierungsrat im Königl. Landesgewerbeamt zu Berlin. Mit 29 Figuren. Nr. 185.

— **III:** Wäscherei, Bleicherei, Färberei u. ihre Hilfsstoffe von Dr. Wilh. Massot, Lehrer an der Preuß. höheren Fachschule für Textil-Industrie in Krefeld. Mit 28 Figuren. Nr. 186.

Die Materialien des Maschinenbaues und der Elektrotechnik von Ingenieur Prof. Herm. Wilda in Bremen. Mit 3 Abbildungen. Nr. 476.

Das Holz. Aufbau, Eigenschaften und Verwendung von Prof. Herm. Wilda in Bremen. Mit 33 Abbild. Nr. 459.

Das autogene Schweiß- u. Schneidverfahren von Ingenieur Hans Niese in Kiel. Mit 30 Figuren. Nr. 499.

Bibliothek der Ingenieurwissenschaften.

Das Rechnen in der Technik und seine Hilfsmittel (Rechenschieber, Rechentafeln, Rechenmaschinen usw.) von Ingenieur Joh. Eugen Mayer in Karlsruhe i. B. Mit 30 Abbild. Nr. 405.

Materialprüfungswesen. Einführung in die moderne Technik der Materialprüfung von K. Memmler, Diplom-Ingenieur, ständ. Mitarbeiter am Kgl. Materialprüfungsamte zu Groß-Lichterfelde. I: Materialeigenschaften. — Festigkeitsversuche. — Hilfsmittel für Festigkeitsversuche. Mit 58 Figuren. Nr. 311.

— **II:** Metallprüfung und Prüfung von Hilfsmaterialien des Maschinenbaues. — Baumaterialprüfung. — Papierprüfung. — Schmiermittelprüfung. — Einiges über Metallographie. Mit 31 Figuren. Nr. 312.

Metallographie. Kurze, gemeinfaßliche Darstellung der Lehre von den Metallen und ihren Legierungen, unter besonderer Berücksichtigung der Metallmikroskopie von Prof. E. Heyn und Prof. O. Bauer am Kgl. Materialprüfungsamt (Groß-Lichterfelde) der Kgl. Technischen Hochschule zu Berlin. **I:** Allgemeiner Teil. Mit 45 Abbildungen im Text und 5 Lichtbildern auf 3 Tafeln. Nr. 432.

— **II:** Spezieller Teil. Mit 49 Abbildungen im Text und 37 Lichtbildern auf 19 Tafeln. Nr. 433.

Statik von W. Hauber, Dipl.-Ingenieur. **I:** Die Grundlehren der Statik starrer Körper. Mit 82 Figuren. Nr. 178.

— **II:** Angewandte Statik. Mit 61 Figuren. Nr. 179.

Festigkeitslehre von W. Hauber, Dipl.-Ingenieur. Mit 56 Figuren. Nr. 288.

Aufgabensammlung zur Festigkeitslehre mit Lösungen von R. Haren, Diplom-Ingenieur in Mannheim. Mit 42 Figuren. Nr. 491.

Hydraulik von W. Hauber, Diplom-Ingenieur in Stuttgart. Mit 44 Figuren. Nr. 397.

Elastizitätslehre für Ingenieure I: Grundlagen und Allgemeines über Spannungszustände, Zylinder, Ebene Platten, Torsion, Gekrümmte Träger. Von Prof. Dr.-Ing. Max Enßlin an der Königl. Baugewerkschule Stuttgart und Privatdozent an der Techn. Hochschule Stuttgart. Mit 60 Abbild. Nr. 519.

Geometrisches Zeichnen von H. Becker, Architekt und Lehrer an der Baugewerkschule in Magdeburg, neu bearbeitet von Professor J. Vonderlinn in Münster. Mit 290 Figuren und 23 Tafeln im Text. Nr. 58.

Schattenkonstruktionen von Professor J. Vonderlinn in Münster. Mit 114 Figuren. Nr. 236.

Parallelperspektive. Rechtwinklige und schiefwinklige Axonometrie von Professor J. Vonderlinn in Münster. Mit 121 Figuren. Nr. 260.

Zentral-Perspektive von Architekt Hans Freyberger, neu bearbeitet von Professor J. Vonderlinn, Direktor der Königl. Baugewerkschule, Münster i. W. Mit 132 Figuren. Nr. 57.

Technisches Wörterbuch, enthaltend die wichtigsten Ausdrücke des Maschinenbaues, Schiffbaues und der Elektrotechnik von Erich Krebs in Berlin. I. Teil: Deutsch-Englisch. Nr. 395.
— II. Teil: Englisch-Deutsch. Nr. 396.
— III. Teil: Deutsch-Französisch. Nr. 453.
— IV. Teil: Französisch-Deutsch. Nr. 454.

Elektrotechnik. Einführung in die moderne Gleich- und Wechselstromtechnik von J. Herrmann, Professor an der Königl. Technischen Hochschule Stuttgart. I: Die physikalischen Grundlagen. Mit 42 Fig. und 10 Tafeln. Nr. 196.
— II: Die Gleichstromtechnik. Mit 103 Figuren und 16 Tafeln. Nr. 197.
— III: Die Wechselstromtechnik. Mit 126 Figuren und 16 Tafeln Nr. 198.

Die elektrischen Meßinstrumente. Darstell. d. Wirkungsweise d. gebräuchl. Meßinstrum. d. Elektrotechnik u. kurze Beschreib. ihres Aufbaues v. J. Herrmann, Prof. a. d. Kgl. Techn. Hochsch. Stuttgart. Mit 195 Figuren. Nr. 477.

Radioaktivität von Chemiker Wilhelm Frommel. Mit 18 Abbild. Nr. 317.

Die Gleichstrommaschine von C. Kinzbrunner, Ing. u. Doz. f. Elektrotechnik an der Municipal School of Technology in Manchester. Mit 78 Fig. Nr. 257.

Ströme und Spannungen in Starkstromnetzen von Diplom-Elektroing. Josef Herzog in Budapest u. Prof. Feldmann in Delft. Mit 68 Fig. Nr. 456.

Die elektrische Telegraphie von Dr. Ludwig Rellstab. Mit 19 Fig. Nr. 172.

Das Fernsprechwesen von Dr. Ludwig Rellstab in Berlin. Mit 47 Figuren und 1 Tafel. Nr. 155.

Vermessungskunde von Dipl.-Ingen. Oberlehrer P. Werkmeister. 2 Bändchen. Mit 255 Abb. Nr. 468, 469.

Die Baustoffkunde v. Prof. H. Haberstroh, Oberl. a. d. Herzogl. Baugewerkschule Holzminden. M. 36 Abb. Nr. 506.

Maurer- und Steinhauerarbeiten Prof. Dr. phil. und Dr.-Ing. Eduard Schmitt in Darmstadt. 3 Bändchen. Mit vielen Abbild. Nr. 419—421.

Zimmerarbeiten von Carl Opitz, Oberlehrer an der Kais. Technischen Schule in Straßburg i. E. I: Allgemeines, Balkenlagen, Zwischendecken und Deckenbildungen, hölzerne Fußböden, Fachwerkswände, Hänge- und Sprengewerke. Mit 169 Abbildung. Nr. 489.

Zimmerarbeiten. II: Dächer, Wandbekleidungen, Simsschalungen, Block-, Bohlen- und Bretterwände, Zäune, Türen, Tore, Tribünen u. Baugerüste. Mit 167 Abb. Nr. 490.

Tischler- (Schreiner-) Arbeiten I: Materialien, Handwerkszeuge, Maschinen. Einzelverbindungen. Fußböden, Fenster, Fensterladen, Treppen, Aborte von Prof. E. Viehweger, Architekt in Köln. Mit 628 Fig. auf 75 Tafeln. Nr. 502.

Eisenkonstruktionen im Hochbau. Kurzgefaßtes Handbuch mit Beispielen von Ingen. Karl Schindler in Meißen. Mit 115 Figuren. Nr. 322.

Der Eisenbetonbau von Reg.-Baumeister Karl Rößle in Berlin-Steglitz. Mit 77 Abbildungen. Nr. 349.

Heizung und Lüftung von Ingenieur Johannes Körting, Direktor der Akt.-Ges. Gebrüder Körting in Düsseldorf. I: Das Wesen und die Berechnung der Heizungs- und Lüftungsanlagen. Mit 31 Figuren. Nr. 342.
— II: Die Ausführung der Heizungs- und Lüftungsanlagen. Mit 195 Figuren. Nr. 343.

Gas- und Wasserinstallationen mit Einschluß der Abortanlagen von Professor Dr. phil. u. Dr.-Ingenieur Eduard Schmitt in Darmstadt. Mit 119 Abbildungen. Nr. 412.

Das Veranschlagen im Hochbau. Kurzgefaßtes Handbuch über das Wesen des Kostenanschlages von Emil Beutinger, Architekt B.D.A., Assistent an der Technischen Hochschule in Darmstadt. Mit vielen Figuren. Nr. 385.

Bauführung. Kurzgefaßtes Handbuch über das Wesen der Bauführung von Architekt Emil Beutinger, Assistent an der Technischen Hochschule in Darmstadt. Mit 25 Fig. u. 11 Tabellen. Nr. 399.

Die Baukunst des Schulhauses von Professor Dr.-Ingenieur Ernst Vetterlein in Darmstadt. I: Das Schulhaus. Mit 38 Abbildungen. Nr. 443.
— II: Die Schulräume. — Die Nebenanlagen. Mit 31 Abbildungen. Nr. 444.

Öffentliche Bade- und Schwimmanstalten von Dr. Karl Wolff, Stadt-Oberbaurat in Hannover. Mit 50 Figuren. Nr. 380.

Gasthäuser und Hotels von Architekt Max Wöhler in Düsseldorf. I: Die Bestandteile und die Einrichtung des Gasthauses. Mit 70 Figuren. Nr. 525.
— II: Die verschiedenen Arten von Gasthäusern. Mit 82 Figuren. Nr. 526.

Wasserversorgung der Ortschaften von Dr.-Ingenieur Robert Weyrauch, Professor an der Technischen Hochschule Stuttgart. Mit 85 Figuren. Nr. 5.

Die Kalkulation im Maschinenbau von Ingenieur H. Bethmann, Dozent am Technikum Altenburg. Mit 61 Abbildungen. Nr. 486.

Die Maschinenelemente. Kurzgefaßtes Lehrbuch mit Beispielen für das Selbststudium und den praktischen Gebrauch von Friedrich Barth, Obering. in Nürnberg. Mit 86 Figuren. Nr. 3.

Metallurgie von Dr. Aug. Geitz, diplomierter Chemiker in München. I. II. Mit 21 Figuren. Nr. 313, 314.

Eisenhüttenkunde von A. Krauß, dipl. Hütteningr. I: Das Roheisen. Mit 17 Figuren und 4 Tafeln. Nr. 152.
— II: Das Schmiedeisen. Mit 25 Figuren und 5 Tafeln. Nr. 153.

Lötrohrprobierkunde. Qualitative Analyse mit Hilfe des Lötrohrs von Dr. Martin Henglein in Freiberg. Mit 10 Figuren. Nr. 483.

Technische Wärmelehre (Thermodynamik) von K. Walther und M. Röttinger, Diplom-Ingenieuren. Mit 54 Figuren. Nr. 242.

Die thermodynamischen Grundlagen der Wärmekraft- und Kältemaschinen von M. Röttinger, Diplom-Ingenieur in Mannheim. Mit 73 Figuren. Nr. 2.

Die Dampfmaschine. Kurzgefaßtes Lehrbuch mit Beispielen für das Selbststudium und den praktischen Gebrauch von Friedrich Barth, Oberingenieur, Nürnberg. Mit 48 Figuren. Nr. 8.

Die Dampfkessel. Kurzgefaßtes Lehrbuch mit Beispielen für das Selbststudium und den praktischen Gebrauch von Oberingenieur Friedrich Barth in Nürnberg. Zweite, verbesserte u. vermehrte Auflage. I: Kesselsysteme und Feuerungen. Mit 43 Figuren. Nr. 9.
— II: Bau und Betrieb der Dampfkessel. Mit 57 Figuren. Nr. 521.

Gaskraftmaschinen. Kurzgefaßte Darstellung der wichtigsten Gasmaschinen-Bauarten von Ingenieur Alfred Kirschke in Halle a.S. Mit 55 Figuren. Nr. 316.

Die Dampfturbinen, ihre Wirkungsweise und Konstruktion von Ing. Herm. Wilda, Prof. am staatl. Technikum in Bremen. Mit 104 Abbild. Nr. 274.

Die zweckmäßigste Betriebskraft von Friedrich Barth, Oberingenieur in Nürnberg. I: Einleitung. Dampfkraftanlagen. Verschiedene Kraftmaschinen. Mit 27 Abbildungen. Nr. 224.
— II: Gas-, Wasser- und Windkraftanlagen. Mit 31 Abbildungen. Nr. 225.
— III: Elektromotoren. Betriebskostentabellen. Graphische Darstellungen. Wahl der Betriebskraft. Mit 27 Abbildungen. Nr. 474.

Hochbauten der Bahnhöfe von Eisenbahnbauinspektor C. Schwab, Vorstand d. Kgl. E.-Hochbausektion Stuttgart II. I: Empfangsgebäude. Nebengebäude. Güterschuppen. Lokomotivschuppen. Mit 91 Abbildungen. Nr. 515.

Eisenbahnfahrzeuge von H. Hinnenthal, Kgl. Regierungsbaumeister und Oberingenieur in Hannover. I: Die Lokomotiven. Mit 89 Abbildungen im Text und 2 Tafeln. Nr. 107.
— II: Die Eisenbahnwagen und Bremsen. Mit 56 Abb. im Text u. 3 Taf. Nr. 108.

Schmalspurbahnen (Klein-, Arbeits- und Feldbahnen) v. Dipl.-Ing. August Boshart in Charlottenburg. Mit 99 Abbildungen. Nr. 524.

Die Hebezeuge, ihre Konstruktion und Berechnung von Ingenieur Hermann Wilda, Prof. am staatl. Technikum in Bremen. Mit 399 Abb. Nr. 414.

Pumpen, hydraulische und pneumatische Anlagen. Ein kurzer Überblick von Regierungsbaumeister Rudolf Vogdt, Oberlehrer an der Königl. höheren Maschinenbauschule in Posen. Mit 59 Abbildungen. Nr. 290.

Die landwirtschaftlichen Maschinen von Karl Walther, Diplom-Ingenieur in Essen. 3 Bändchen. Mit vielen Abbildungen. Nr. 407—409.

Die Preßluftwerkzeuge von Diplom-Ingenieur P. Iltis, Oberlehrer an der Kaiserl. Technischen Schule in Straßburg. Mit 82 Figuren. Nr. 493.

Nautik. Kurzer Abriß des täglich an Bord von Handelsschiffen angewandten Teils der Schiffahrtskunde. Von Dr. Franz Schulze, Direktor der Navigationssch., Lübeck. Mit 56 Abb. Nr. 84.

Bibliothek der Rechts- und Staatswissenschaften.

Allgemeine Rechtslehre von Dr. Th. Sternberg, Privatdoz. an d. Universität Lausanne. I: Die Methode. Nr. 169.
— II: Das System. Nr. 170.

Recht d. Bürgerlichen Gesetzbuches. Erstes Buch: Allgemeiner Teil. I: Einleitung — Lehre von den Personen und von den Sachen von Dr. Paul Oertmann, Professor an der Universität Erlangen. Nr. 447.
— — II: Erwerb und Verlust, Geltendmachung und Schutz der Rechte von Dr. Paul Oertmann, Professor an der Universität Erlangen. Nr. 448.
— **Zweites Buch:** Schuldrecht. I. Abteilung: Allgemeine Lehren von Dr. Paul Oertmann, Professor an der Universität Erlangen. Nr. 323.
— — II. Abteil.: Die einzelnen Schuldverhältnisse von Dr. Paul Oertmann, Prof. a. d. Univ. Erlangen. Nr. 324.
— **Drittes Buch:** Sachenrecht von Dr. F. Kretzschmar, Oberlandesgerichtsrat in Dresden. I: Allgemeine Lehren. Besitz und Eigentum. Nr. 480.
— — II: Begrenzte Rechte. Nr. 481.
— **Viertes Buch:** Familienrecht von Dr. Heinrich Titze, Professor an der Universität Göttingen. Nr. 305.

Deutsches Handelsrecht von Professor Dr. Karl Lehmann in Rostock. 2 Bändchen. Nr. 457 und 458.

Das deutsche Seerecht von Dr. Otto Brandis, Oberlandesgerichtsrat in Hamburg. 2 Bände. Nr. 386, 387.

Postrecht von Dr. Alfred Wolcke Postinspektor in Bonn. Nr. 425.

Telegraphenrecht von Postinspektor Dr. jur. Alfred Wolcke in Bonn. I: Einleitung. Geschichtliche Entwicklung. Die Stellung des deutschen Telegraphenwesens im öffentlichen Rechte, allgemeiner Teil. Nr. 509.

Telegraphenrecht. II: Die Stellung d. deutsch. Telegraphenwesens im öffentl. Rechte, besond. Teil. Das Telegraphen-Strafrecht. Rechtsverhältnis der Telegraphie zum Publikum. Nr. 510.

Allgemeine Staatslehre von Dr. Hermann Rehm, Prof. an d. Universität Straßburg i. E. Nr. 358.

Allgemeines Staatsrecht von Dr. Julius Hatschek, Prof. an der Univer. Göttingen. 3 Bändch. Nr. 415—417.

Preußisches Staatsrecht von Dr. Fritz Stier-Somlo, Professor an der Univ. Bonn. 2 Teile. Nr. 298, 299.

Deutsches Zivilprozeßrecht v. Prof. Dr. Wilhelm Kisch in Straßburg i. E. 3 Bände. Nr. 428—430.

Die Zwangsversteigerung und die Zwangsverwaltung von Dr. F. Kretzschmar, Oberlandesgerichtsrat in Dresden. Nr. 523.

Kirchenrecht v. Dr. Emil Sehling, ord. Prof. d. Rechte in Erlangen. Nr. 377.

Das deutsche Urheberrecht an literarischen, künstlerischen und gewerblichen Schöpfungen, mit besonderer Berücksichtigung der internationalen Verträge von Dr. Gustav Rauter, Patentanwalt in Charlottenburg. Nr. 263.

Der internationale gewerbl. Rechtsschutz von J. Neuberg, Kaiserl. Regierungsrat, Mitglied des Kaiserl. Patentamts zu Berlin. Nr. 271.

Das Urheberrecht an Werken der Literatur und der Tonkunst, das Verlagsrecht und das Urheberrecht an Werken der bildenden Künste und der Photographie von Staatsanwalt Dr. J. Schlittgen in Chemnitz. Nr. 361.

Das Warenzeichenrecht. Nach dem Gesetz zum Schutz der Warenbezeichnungen vom 12. Mai 1894 von J. Neuberg, Kaiserl. Regierungsrat, Mitglied des Kaiserlich. Patentamtes zu Berlin. Nr. 360.

Der unlautere Wettbewerb v. Rechtsanwalt Dr. Martin Wassermann in Hamburg. I: Generalklausel, Reklameauswüchse, Ausverkaufswesen, Angestelltenbestechung. Nr. 339.
— II: Kreditschädigung, Firmen- und Namenmißbrauch, Verrat von Geheimnissen, Ausländerschutz. Nr. 535.

Deutsches Kolonialrecht von Dr. H. Edler v. Hoffmann, Professor an der Kgl. Akademie Posen. Nr. 318.

Militärstrafrecht von Dr. Max Ernst Mayer, Prof. an der Universität Straßburg i. E. 2 Bände. Nr. 371, 372.

Das Disziplinar- und Beschwerderecht für Heer und Marine von Dr. Max Ernst Mayer, Prof. an der Universität Straßburg i. E. Nr. 517.

Deutsche Wehrverfassung v. Kriegsgerichtsr. Karl Endres, Würzburg. Nr. 401.

Forensische Psychiatrie von Professor Dr. W. Weygandt, Direktor der Irrenanstalt Friedrichsberg in Hamburg. 2 Bändchen. Nr. 410 und 411.

Volkswirtschaftliche Bibliothek.

Volkswirtschaftslehre von Dr. Carl Johs. Fuchs, Professor an d. Univers. Tübingen. Nr. 133.

Volkswirtschaftspolitik von Präsident Dr. R. v. d. Borght, Berlin. Nr. 177.

Geschichte der deutschen Eisenbahnpolitik v. Betriebsinspektor Dr. Edwin Kech in Karlsruhe i. B. Nr. 533.

Gewerbewesen v. Dr. Werner Sombart, Professor an der Handelshochschule in Berlin. 2 Bände. Nr. 203, 204.

Das Handelswesen von Dr. Wilh. Lexis, Professor an der Universität Göttingen. I: Das Handelspersonal und der Warenhandel. Nr. 296.

— II: Die Effektenbörse und die innere Handelspolitik. Nr. 297.

Kartell und Trust v. Dr. S. Tschierschky in Düsseldorf. Nr. 522.

Auswärtige Handelspolitik von Dr. Heinrich Sieveking, Professor an der Universität Zürich. Nr. 245.

Das Versicherungswesen von Dr. jur. Paul Moldenhauer, Professor der Versicherungswissenschaft an der Handelshochschule Köln. I: Allgemeine Versicherungslehre. Nr. 262.

Versicherungsmathematik von Dr. Alfred Loewy, Professor an der Universität Freiburg i. B. Nr. 180.

Die gewerbliche Arbeiterfrage von Dr. Werner Sombart, Professor an der Handelshochschule Berlin. Nr. 209.

Die Arbeiterversicherung v. Prof. Dr. Alfred Manes in Berlin. Nr. 267.

Finanzwissenschaft von Präsident Dr. R. van der Borght, Berlin. I. Allgemeiner Teil. Nr. 148.

— II. Besonderer Teil (Steuerlehre). Nr. 391.

Die Steuersysteme des Auslandes von Geh. Oberfinanzrat O. Schwarz in Berlin. Nr. 426.

Die Entwicklung der Reichsfinanzen von Präsident Dr. R. van der Borght in Berlin. Nr. 427.

Die Finanzsysteme der Großmächte. (Internat. Staats- u. Gemeinde-Finanzwesen.) Von O. Schwarz, Geh. Oberfinanzrat, Berlin. 2 Bdch. Nr. 450, 451.

Kommunale Wirtschaftspflege von Dr. Alfons Rieß, Magistratsassessor in Berlin. Nr. 534.

Soziologie von Professor Dr. Thomas Achelis in Bremen. Nr. 101.

Die Entwicklung der sozialen Frage von Professor Dr. Ferd. Tönnies in Eutin. Nr. 353.

Armenwesen und Armenfürsorge. Einführung in die soziale Hilfsarbeit von Dr. Adolf Weber, Professor an der Handelshochschule in Köln. Nr. 346.

Die Wohnungsfrage v. Dr. L. Pohle, Professor der Staatswissenschaften zu Frankfurt a. M. I: Das Wohnungswesen in der modernen Stadt. Nr. 495.

— II: Die städtische Wohnungs- und Bodenpolitik. Nr. 496.

Das Genossenschaftswesen in Deutschland von Dr. Otto Lindecke, Sekretär des Hauptverbandes deutscher gewerblicher Genossenschaften. Nr. 384.

Theologische und religionswissenschaftliche Bibliothek.

Die Entstehung des Alten Testaments von Lic. Dr. W. Staerk, Professor an der Universität in Jena. Nr. 277.

Alttestamentl. Religionsgeschichte von D. Dr. Max Löhr, Professor an der Universität Breslau. Nr. 292.

Geschichte Israels bis auf die griechische Zeit von Lic. Dr. J. Benzinger. Nr. 285.

Landes- u. Volkskunde Palästinas von Lic. Dr. Gustav Hölscher in Halle. Mit 8 Vollbildern u. 1 Karte. Nr. 345.

Die Entstehung d. Neuen Testaments von Professor Lic. Dr. Carl Clemen in Bonn. Nr. 285.

Die Entwicklung der christlichen Religion innerhalb des neuen Testaments von Professor Lic. Dr. Carl Clemen in Bonn. Nr. 388.

Neutestamentliche Zeitgeschichte von Lic. Dr. W. Staerk, Professor an der Universität in Jena. I: Der historische und kulturgeschichtliche Hintergrund des Urchristentums. Nr. 325.

— II: Die Religion des Judentums im Zeitalter des Hellenismus und der Römerherrschaft. Nr. 326.

Die Entstehung des Talmuds von Dr. S. Funk in Boskowitz. Nr. 479.

Abriß der vergleichenden Religionswissenschaft von Professor Dr. Th. Achelis in Bremen. Nr. 208.

Die Religionen der Naturvölker im Umriß von Professor Dr. Th. Achelis in Bremen. Nr. 449.

Indische Religionsgeschichte von Prof. Dr. Edmund Hardy. Nr. 83.

Buddha von Professor Dr. Edmund Hardy. Nr. 174.

Griechische und römische Mythologie von Dr. Hermann Steuding, Rektor des Gymnasiums in Schneeberg. Nr. 27.

Germanische Mythologie von Dr. E. Mogk, Prof. a. d. Univ. Leipzig. Nr. 15.

Die deutsche Heldensage von Dr. Otto Luitpold Jiriczek, Professor an der Universität Würzburg. Nr. 32.

Pädagogische Bibliothek.

Pädagogik im Grundriß von Professor Dr. W. Rein, Direktor d. Pädagogischen Seminars a. d. Universität Jena. Nr. 12.

Geschichte der Pädagogik von Oberl. Dr. H. Weimer, Wiesbaden. Nr. 145.

Schulpraxis. Methodik der Volksschule von Dr. R. Seyfert, Seminardirektor in Zschopau. Nr. 50.

Zeichenschule von Prof. K. Kimmich, Ulm. Mit 18 Tafeln in Ton-, Farben- u. Golddruck u. 200 Voll- u. Textbildern. Nr. 39.

Bewegungsspiele v. Dr. E. Kohlrausch, Professor am Kgl. Kaiser Wilhelms-Gymnasium zu Hannover. Mit 14 Abbildungen. Nr. 96.

Geschichte der Turnkunst von Dr. Rudolf Gasch, Prof. a. König Georg-Gymnas. Dresden. M. 17 Abb. Nr. 504.

Geschichte des deutschen Unterrichtswesens v. Prof. Dr. Friedrich Seiler, Direktor des Königl. Gymnasiums zu Luckau. I: Von Anfang an bis zum Ende des 18. Jahrhunderts. Nr. 275.

— II: Vom Beginn des 19. Jahrhunderts bis auf die Gegenwart. Nr. 276.

Das deutsche Fortbildungsschulwesen nach seiner geschichtlichen Entwicklung und in seiner gegenwärtigen Gestalt v. H. Sierckš, Direktor der städt. Fortbildungsschulen Heide, Holstein. Nr. 392.

Die deutsche Schule im Auslande von Hans Amrhein, Direktor d. deutschen Schule in Lüttich. Nr. 259.

Bibliothek der Kunst.

Stilkunde von Prof. Karl Otto Hartmann in Stuttgart. Mit 7 Vollbildern und 195 Textillustrationen. Nr. 80.

Baukunst des Abendlandes von Dr. K. Schäfer, Assistent am Gewerbemuseum Bremen. Mit 22 Abbildungen. Nr. 74.

Die Plastik des Abendlandes von Dr. Hans Stegmann, Direktor des Bayr. Nationalmuseums in München. Mit 23 Tafeln. Nr. 166.

Die Plastik seit Beginn des 19. Jahrhunderts von A. Heilmeyer, München. Mit 42 Vollbildern auf amerikanischem Kunstdruckpapier. Nr. 321.

Die graphischen Künste von Carl Kampmann, k. k. Lehrer an der k. k. Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt in Wien. Mit zahlreichen Abbildungen und Beilagen. Nr. 75.

Die Photographie von H. Keßler, Prof. an der k. k. Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt in Wien. Mit 4 Tafeln und 52 Abbildungen. Nr. 94.

Bibliothek der Musik.

Allgemeine Musiklehre von Professor Stephan Krehl in Leipzig. Nr. 220.

Musikalische Akustik von Dr. Karl L. Schäfer, Dozent an der Universität Berlin. Mit 35 Abbildungen Nr. 21.

Harmonielehre von A. Halm. Mit vielen Notenbeilagen. Nr. 120.

Musikalische Formenlehre (Kompositionslehre) v. Stephan Krehl. I. II. Mit vielen Notenbeispielen. Nr. 149, 150.

Kontrapunkt. Die Lehre von der selbständigen Stimmführung von Professor Stephan Krehl in Leipzig. Nr. 390.

Fuge. Erläuterung und Anleitung zur Komposition derselben von Professor Stephan Krehl in Leipzig. Nr. 418.

Instrumentenlehre von Musikdirektor Franz Mayerhoff in Chemnitz. I: Text. II: Notenbeispiele. Nr. 437. 438.

Musikästhetik von Dr. K. Grunsky in Stuttgart. Nr. 344.

Geschichte der alten und mittelalterlichen Musik von Dr. A. Möhler. Mit zahlreichen Abbildungen u. Musikbeilagen. I. II. Nr. 121, 347.

Musikgeschichte des 18. u. 19. Jahrhunderts von Dr. K. Grunsky in Stuttgart. Nr. 239.

— **seit Beginn des 19. Jahrhunderts** von Dr. K. Grunsky in Stuttgart. I. II. Nr. 164, 165.

Bibliothek der Land- und Forstwissenschaft.

Bodenkunde von Dr. P. Vageler in in Königsberg in Preußen. Nr. 455.

Ackerbau- und Pflanzenbaulehre von Dr. Paul Rippert in Berlin und Ernst Langenbeck in Bochum. Nr. 232.

Landwirtschaftliche Betriebslehre v. Ernst Langenbeck, Bochum. Nr. 227.

Allgem. und spezielle Tierzuchtlehre von Dr. Paul Rippert, Berlin. Nr. 228.

Agrikulturchemie I: Pflanzenernährung von Dr. Karl Grauer. Nr. 329.

Das agrikulturchemische Kontrollwesen von Dr. Paul Krische in Göttingen. Nr. 304.

Fischerei und Fischzucht von Dr. Karl Eckstein, Prof. an der Forstakademie Eberswalde, Abteilungsdirigent bei der Hauptstation des forstlichen Versuchswesens. Nr. 159.

Forstwissenschaft v. Dr. Ad. Schwappach, Prof. a. d. Forstakademie Eberswalde, Abteilungsdirigent bei der Hauptstation d. forstlichen Versuchswesens. Nr. 106.

Die Nadelhölzer von Prof. Dr. F. W. Neger in Tharandt. Mit 85 Abbildungen, 5 Tabellen u. 3 Karten. Nr. 355.

Handelswissenschaftliche Bibliothek.

Buchführung in einfachen und doppelten Posten von Professor Robert Stern, Oberlehrer d. Öffentlichen Handelslehranstalt und Dozent der Handelshochschule zu Leipzig. Mit Formularen. Nr. 115.

Deutsche Handelskorrespondenz von Professor Th. de Beaux, Officier de l'Instruction Publique, Oberlehrer a. D. an der Öffentlichen Handelslehranstalt und Lektor an der Handelshochschule zu Leipzig. Nr. 182.

Französische Handelskorrespondenz von Professor Th. de Beaux, Officier de l'Instruction Publique, Oberlehrer a. D. an der Öffentlichen Handelslehranstalt und Lektor an der Handelshochschule zu Leipzig. Nr. 183.

Englische Handelskorrespondenz v. E. E. Whitfield, M.-A., Oberlehrer an King Edward VII Grammar School in King's Lynn. Nr. 237.

Italienische Handelskorrespondenz von Professor Alberto de Beaux, Oberlehrer am Königlichen Institut SS. Annunziata zu Florenz. Nr. 219.

Spanische Handelskorrespondenz von Dr. Alfredo Nadal de Mariezcurrena. Nr. 295.

Russische Handelskorrespondenz v. Dr. Th. v. Kawraysky, Leipzig. Nr. 315.

Kaufmännisches Rechnen von Prof. Richard Just, Oberlehrer a. d. Öffentlichen Handelslehranstalt der Dresdener Kaufmannschaft. 3 Bde. Nr. 139, 140, 187.

Warenkunde von Dr. Karl Hassak, Professor an der Wiener Handelsakademie. I: Unorganische Waren. Mit 40 Abbildungen. Nr. 222.

— II: Organische Waren. Mit 36 Abbildungen. Br. 223.

Drogenkunde v. Rich. Dorstewitz, Leipzig u. Georg Ottersbach, Hamburg. Nr. 413.

Maß-, Münz- und Gewichtswesen von Dr. Aug. Blind, Professor an der Handelsschule in Köln. Nr. 283.

Technik des Bankwesens von Dr. Walter Conrad in Berlin. Nr. 484.

Das Wechselwesen von Rechtsanwalt Dr. Rudolf Mothes, Leipzig. Nr. 103.

☛ Siehe auch „Volkswirtschaftliche Bibliothek". Ein ausführliches Verzeichnis der außerdem im Verlage der G. J. Göschen'schen Verlagshandlung erschienenen handelswissenschaftlichen Werke kann durch jede Buchhandlung kostenfrei bezogen werden.

Militär- und marinewissenschaftliche Bibliothek.

Das moderne Feldgeschütz von Oberstleutnant W. Heydenreich, Militärlehrer a. d. Militärtechn. Akademie, Berlin. I: Die Entwicklung des Feldgeschützes seit Einführung des gezogenen Infanteriegewehrs bis einschließlich der Erfindung des rauchlosen Pulvers, etwa 1850–1890. Mit 1 Abb. Nr. 306.

— II: Die Entwicklung des heutigen Feldgeschützes auf Grund der Erfindung des rauchlosen Pulvers, etwa 1890 bis zur Gegenwart. Mit 11 Abb. Nr. 307.

Die modernen Geschütze der Fußartillerie von Mummenhoff, Major beim Stabe des Fußartillerie-Regiments Generalfeldzeugmeister (Brandenburg. Nr. 3). I: Vom Auftreten der gezogenen Geschütze bis zur Verwendung des rauchschwachen Pulvers 1850–1890. Mit 50 Textbildern. Nr. 334.

— II: Die Entwicklung der heutigen Geschütze der Fußartillerie seit Einführung des rauchschwachen Pulvers 1890 bis zur Gegenwart. Mit 33 Textbild. Nr. 362.

Die Entwicklung der Handfeuerwaffen seit der Mitte des 19. Jahrhunderts und ihr heutiger Stand von G. Wrzodek, Oberleutnant im Inf.-Regt. Freiherr Hiller von Gärtringen (4. Pos.) Nr. 59 u. Assist. der Kgl. Gewehrprüfungskom. M. 21 Abb. Nr. 366.

Die Entwicklung der Gebirgsartillerie von Klußmann, Oberst und Kommandeur der 1. Feldartillerie-Brigade in Königsberg i. Pr. Mit 78 Bildern und 5 Übersichtstafeln. Nr. 531.

Geschichte d. gesamten Feuerwaffen bis 1850. Die Entwicklung der Feuerwaffen von ihrem ersten Auftreten bis zur Einführung der gezogenen Hinterlader, unter besonderer Berücksichtigung der Heeresbewaffnung v. Hauptmann a. D. W. Gohlke, Steglitz-Berlin. Mit 105 Abbildungen. Nr. 530.

Strategie von Löffler, Major im Kgl. Sächs. Kriegsmin. in Dresden. Nr. 505.

Das Armeepferd und die Versorgung der modernen Heere mit Pferden von Felix von Damnitz, General der Kavallerie z. D. und ehemal. Preuß. Remonteinspekteur. Nr. 514.

Militärstrafrecht von Dr. Max Ernst Mayer, Prof. a. d. Universität Straßburg i. E. 2 Bände. Nr. 371, 372.

Das Disziplinar- und Beschwerderecht für Heer und Marine von Dr. Max Ernst Mayer, Prof. an der Universität Straßburg i. E. Nr. 517.

Deutsche Wehrverfassung von Karl Endres, Kriegsgerichtsrat b. d. Generalkommando des Kgl. bayr. II. Armeekorps in Würzburg. Nr. 401.

Geschichte des Kriegswesens von Dr. Emil Daniels in Berlin. I: Das antike Kriegswesen. Nr. 488.

— II: Das mittelalt. Kriegswesen. Nr. 498.

— III: Das Kriegswesen der Neuzeit. Erster Teil. Nr. 518.

Die Entwicklung des Kriegsschiffbaues vom Altertum bis zur Neuzeit. I. Teil: Das Zeitalter der Ruderschiffe und der Segelschiffe für die Kriegsführung zur See vom Altertum bis 1840. Von Tjard Schwarz, Geh. Marinebaurat und Schiffbau-Direktor. Mit 32 Abbildungen. Nr. 471.

Die Seemacht in der deutschen Geschichte von Wirkl. Admiralitätsrat Dr. Ernst von Halle, Professor an der Universität Berlin. Nr. 370.

Verschiedenes.

Bibliotheks- und Zeitungswesen.

Volksbibliotheken (Bücher- und Lesehallen), ihre Einrichtung u. Verwaltung von Emil Jäschke, Stadtbibliothekar in Elberfeld. Nr. 332.

Das deutsche Zeitungswesen von Dr. Robert Brunhuber. Nr. 400.

Das moderne Zeitungswesen (System der Zeitungslehre) von Dr. Robert Brunhuber. Nr. 320.

Allgemeine Ge
wesens von
in Jena. Nr.



Gewerbehygiene von Geh. Medizinalrat Dr. Roth in Potsdam. Nr. 350.

Pharmakognosie. Von Apotheker F. Schmitthenner, Assistent am Botanischen Institut der Technischen Hochschule in

Hygiene,
Ph

Bewegungsspi
Professor am
Gymnasium zu
bildungen.

Der menschlich
und seine
Rebmann, D
Mit Gesundh
Seiler. Mit 4

Ernährung un
Oberstabsarzt
Berlin. Mi

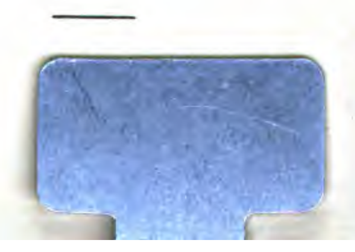
Die Infektion
Verhütung
Hoffmann in
fasser gezeic
einer Fiebert

Tropenhygien
Dr. Nocht,
Schiffs- un
Hamburg.

Die Hygiene
H. Chr. Nu
Techn. Hoch
30 Abbildun

Die Hygiene
von H. Ch
der Techn.
Mit 20 Ab

☛ **Weiter**
jederzeit unberechnet durch jede Buchhandlung zu beziehen. ☚




HARVARDIANA
ACADEMIA · IN · NOV · ANG
VE RI TAS
CHRISTO ET ECCLESIAE





OUT OF THE PUBLIC NATURE OF THE WATER

BY

EUGENE ALLEN GILMORE

Professor of Law in the Law School
of the University of Wisconsin

DECEMBER, 1909



PRESENTED BY MR. LA FOLLETTE

MARCH 23, 1910.—Ordered to be printed

WASHINGTON
GOVERNMENT PRINTING OFFICE
1910

the nature and scope of such rights and their enjoyment
the public, and the effect which the existence and exer
public rights of use of the water has in limiting or dest
private riparian rights. Under II the limitation upon or
of the private riparian rights by the existence and exercise o
right will be considered, (1) on the assumption that the p
of use extends no further than navigation, and fishing as
thereto; (2) on the assumption that the public right of u
to the use of the water for all legitimate public purposes.
out the discussion the following classification of waters in
is intended to be adhered to: (*a*) Nonnavigable and non
waters; (*b*) navigable nonmeandered waters; (*c*) navigable
waters. In considering riparian rights in general under I
statements and quotations as to the nature and scope of t
are to be confined to those waters in which the public ha
of use—such waters in Wisconsin as are included under (
for it is only in such waters that the riparian rights exist un
the rights of the public. In all waters included in (*b*)
which the public has a right of use, the existence and sc
private riparian rights and their exercise is held to be in
subordinate to the existence and exercise of the public r
riparian use of the water in class (*c*) for hydraulic power c
made under express authority from the State. In class
further legislation, where such use is practicable withou
of eminent domain, it may be made without express auth
the State, but subject at all times to state prohibition in th
of the public rights of use.

2. Where land touches a body of water certain rights
nized in the landowner to use the water in connection
which rights are different from those belonging to the p
erally. These are called riparian or bank rights. Such r
by virtue of the ownership of the bank in contact with
and not by virtue of the ownership of the soil under
Riparian rights can not grow out of the ownership of the
soil. The Wisconsin decisions recognizing the title to subm

r an uninterrupted enjoyment of twenty years, which is f it.

ie right pertains merely to the use of water, and as all roprietors have the same corresponding right to use the r to the same extent, no riparian proprietor has an abso- exclusive right of use, because no right which is shared an indefinite number of persons can be an absolute one. ment of the right is necessarily relative, and is restricted ered with by the like enjoyment of the same right in other vners, and on navigable waters is subordinate to the rights lic.

avigable waters, in addition to being subject to equal use rian owners, are also subject to use by all members of the his public right of use is fundamentally different from the ht of use by the riparian proprietors. As between riparian s, the right of use is equal and correlative, each riparian being entitled to enjoy his riparian rights, subject only to tions and limitations growing out of the pursuit of the t by other riparian proprietors. As between riparian pro- d the public, the public right of use is paramount and may l to the total exclusion of the private right. The extent of ion of the riparian right to the public right will depend upon and content of the public right. Whatever its scope and s existence and exercise necessarily result in some restric- n, which may produce total destruction of, the private

private riparian right must be enjoyed consistently with a ment of the same right in other riparian owners, and sub- o the exercise of the public right. For this reason the ex- d scope of the riparian right is contingent and indefinite, it respect it differs essentially from an ordinary property

etween riparian proprietors, unaffected by the existence or the public right of use, the scope of the riparian right, in cludes the following: The right of access to the water, and navigable streams would permit of building wharves, piers,

other riparian owners and an invasion of their
rights.

9. As between riparian proprietors, unaffected
and exercise of the paramount public right of use
public nature of the water, every proprietor o
entitled to the benefit of the water as it subsists in
It follows, then, that no single proprietor without c
to make use of the flow in such a manner as will b
of any other; and that he has no more power to ap
which occasions a return of the water on the land
to cause a diminution of the water *below*. He can
of the water, either where it *enters* or where it *le*
As against other riparian proprietors or private p
against the State, or as in any respect interfering
or exercise of any public right of use of water, th
which a riparian owner is entitled consists merely
stream when in its *natural* state, as it passes thr
along the boundary of it; or, in other words, it con
ence of level between the surface where the strean
land and the surface where it leaves.

10. As between riparian owners strictly, unaffec
ence and exercise of public rights in the water,
water power, however, usually involves somethin
possession of a sufficient fall within the limits of
proprietor. The maxim is that each riparian is en
water flow as it is accustomed to *flow* in its *natural*
the water for power necessarily involves an inte
flow of the stream and is prima facie a violation of
this right to have the flow uninterrupted is subjec
interference. As between riparian proprietors stric
the existence and exercise of the public rights in
riparian has a right to check the flow long enough
head of water sufficient to run his machinery; this
be reasonable and enjoyed in relation to a similar ri
ing riparian owners. Every unreasonable interfere
is an invasion of the property right of adjoining rip
subjects the author of such interference to an act
The right of interruption extends to *impounding*
reasonable time. But such impounding must be

ian owners, and would be an encroachment upon the
ublic right of use.

y many situations there will not be found within the
land of a single riparian owner a sufficient fall of the
s natural condition to produce a practical amount of
h power can not be made available without an unreason-
ence with the flow. A change in the natural level of the
unreasonable interference with its flow, is an encroach-
he rights of other riparian owners, and constitutes a tort,
ie party guilty to liability for damages. On navigable
h acts would involve an invasion of the public right of
ld be done only under state permission and control.
ment of effective water power, therefore, within the
ordinary riparian proprietor is, in most cases, impracti-
t an encroachment upon the rights of others. Authority
ie riparian rights and the lands of others can only be
grant from such others. If they refuse, the develop-
ter power within the limits of one's own land will not be
hout the aid of the State. Because of the practical
obtaining power by the exercise of strictly riparian
e difficulty of obtaining the necessary consent of adjoin-
rs, there was enacted in Massachusetts and many other
are known as the "mill acts." The purpose of these
ermit a riparian owner, by making artificial changes in
the stream, to back the water upon the upper riparian
lood his land, paying damages for the injury thereby
Wisconsin the mill act is limited to nonnavigable
navigable streams the development of power was made
harters to improve navigation. The effect of the mill
able a riparian owner on nonnavigable streams who has
he limits of his own land an adequate water power, to
a power by changing the natural level of the stream in
as to interfere with the property rights of the other
ers. Such a change results in the flooding of the upper
practically a taking of it. As only the State can take
erty for public purposes, and as such power is a preroga-

... a riparian right, for no man can be said t... power which can be produced only by encroaching u... of others. A water power which can be produced only ... change in the natural level of the stream or by an ... obstruction, detention, acceleration, or manipulation ... not *riparian* property, but originates either in volunta... other riparian owners or in an authority from the State t... the property of other riparian owners, in which latter ... water power results by virtue of the state grant, and ... of the riparian proprietorship.

14. In addition to the restrictions and limitations upo... of riparian rights by reason of the existence of similar ri... riparian owners, further restrictions upon the enjoym... rights on navigable streams grow out of the existence ... right of use. It is well settled that in streams of suffi... be navigable the public has some rights. The extent o... tion upon riparian rights which the existence of the ... produces depends upon the scope of the public right. I... right of use be extended no further than the use for nav... riparian rights may suffer substantial restriction or to... tion by the exercise of this public right. The right o... have the stream remain in its usual place and to flow in it... way; to use the water for power, have all been seriously ... destroyed in Wisconsin by the exercise of the param... right of navigation. Also the right of fishery, a valua... right, has been held to be subject to the public right of u...

15. By reason of the existence of the public right of ... gable rivers for navigation, any obstruction placed in ... rivers is a nuisance, and is subject to be abated after the n... public nuisances. In navigable meandered streams, su... tions are made illegal by section 1596, Wisconsin Stat... unless previous permission is obtained from the State. ... on navigable meandered streams the use of the water f... power is possible only by permission from the State. Th... of section 1596 could be extended to all waters naviga... whether meandered or not, but until thus extended, ... may be put in nonmeandered navigable streams, subje... at all times to abatement as nuisances if they interfe...

the improvement of the public use. Riparian owners, have not in the past, by the exercise of their strict legal rights, been enjoying the use of water for power. Prac- of the existing water powers on navigable streams came ice and continue to exist as an incident to the improve- ers for navigation and must stand or fall with this public ere the results of the exercise of rights under a special ferring upon the grantee the State's prerogatives.

he mill act, applicable to nonnavigable streams, by special ferring the same general rights as were granted in the mill the charters to improve navigation, riparian owners have d the State's prerogative of eminent domain, and with its en able to obtain water power. The State can not grant ive of eminent domain except to promote a public purpose. utionality of the mill act was sustained on the ground that ment of the mill sites serve a public purpose, and, further, h mills were made public mills by statute. The constitu- the grants to improve navigation must be based upon the of the public use of the water for navigation or upon some pe of public use of the water. If, however, the public use further than navigation, then the State can grant its pre- ly to promote this one public use, in which event the work, c, will be subject to public control. If the riparian owners past kept, and will in the future keep, within their strict parian owners, asking no aid from the State for its pre- ffective water powers will seldom result as an incident to nership. Unless riparian proprietors are able to do in the t they have not done in the past, viz, procure efficient water the exercise of their strict riparian rights, and without upon the paramount public rights, they will of necessity te's aid in the form of the grant of eminent domain, under or under a charter to perform the public work of improv- am for navigation. In either event, the water power will the franchise and not from the riparian right, and will xistence on such terms and conditions as the State may ipose.

if the riparian proprietor is able to procure efficient by the exercise of his riparian rights, he must do so in

19. If the scope of the public right of use of nav
broader than the use for navigation merely, then t
riparian rights is correspondingly narrower. Ascert
scope of the public rights in navigable waters wil
the distinction between private and public waters an
tion of the characteristics of the public waters.

20. Navigable waters of Wisconsin have all the i
respect to use and enjoyment thereof, as tidal waters at

21. Tidal waters at common law were public waters.
character was twofold: (1) As to use, (2) as to title t
neath them and the shore adjoining between high and lov

22. Such waters were a part of the community or collec
available only for collective use and enjoyment.

23. The title to the soil and the right of use vested in
in its representative or governmental capacity, for the
though the Crown had a private or proprietary interest, *j*
this was always subject to the public right of use and titl
cum. The proprietary or private interest of the stat
waters has been repudiated in this country and especi
consin.

24. Tidal waters in England comprised most of the w
portance to the public for navigation, commerce, and
reason of this fact, and the fact that the chief use of water
period of the law's development was navigation, the na
waters became the test of their public character. Navi
were tidal and tidal waters were navigable. The two
used interchangeably and the test of public waters was
word "navigable" or "tidal."

25. The chief interest of the public in the water was
but its navigable character; hence, navigability in fact
of the public right of use of water, and all waters which we
in fact were subject to the public right of use.

26. Because there was little important navigable water
effect of the tide, and because of the opposition to the ext
Crown's title to rivers, the beds of which had been imm
private ownership, the scope of the Crown's title to the
waters was limited by the tide. As far as the tide was fel

as to title to the soil beneath them and the right of use
' the policy of the Federal Government and the decisions
al Supreme Court all waters navigable in fact are public
itle to bed and use. All waters in the federal public
public in this sense.
vigable waters in the Northwest Territory were public
d by the Federal Government in its sovereign and govern-
city subject to all the beneficial uses of public waters
aw.
waters and the title by which they were held passed to
Wisconsin upon her admission into the Union, subject to
ents of public waters at common law, both as to title to
the public right of use.
vigable waters in Wisconsin, except rivers, are public
le to the soil beneath them and the public right of use.
gland "navigability in law," or the equivalent expression
the test of public waters. The change from the English
igable in fact" was made in this country because of the
rge rivers and bodies of fresh water, which, if the English
owed, would be private waters. The logical consequence
ge of test made all waters public which were navigable
eby extending greatly the scope of public water. This
has followed with respect to all waters held by the
ernment and with respect to all waters held by the State
except rivers. With respect to rivers, the Wisconsin
rt, shortly after the admission of the State, while pro-
opt the change in test of what constitutes public water,
llowing the test in the case of lakes and other bodies of
in construing the rights of a grantee of land bordering
able stream, that rivers, not being navigable *in law*, that
tidal, the beds thereof were vested in the riparian proprie-
construction, however, did not change the character of
m public to private. There is no decision holding that
such construction the waters flowing over the land thus
ognized to be in the riparian owner lost any of the inci-
lic waters at common law. Moreover, this result does
ly follow from such construction. There is no decision
hat effect, if any, upon cutting down the public nature
h construction will have. There is, on the other hand,

to the use of the water for navigation, fishing, and
has never been decided that the public right of use
navigation and fishing. It has never been decided
extend to the use of such waters to develop hydraulic
purposes.

35. Wisconsin, upon her admission to the Union,
the beds of all lakes, ponds, and navigable rivers
thereunder in trust for all public purposes. The
derive title to the lands bordering on navigable wat
from the United States. It is claimed that the right
for power is parcel of the riparian estate and is incl
of the upland. What rights the patentee took und
riparian land is a question of interpretation and co
burden is upon the patentee to establish the scope o
the grant. The rule is well settled that grants by
to be construed strictly against the grantee. Tho
derogation of the common right must establish the
and unequivocal terms. Nothing is to be taken
Those who contend that the grant of the upland c
riparian rights, subject only to the right in the publ
should establish their contention by something mo
implication and inference.

36. The scope of the public right of use is not d
of navigation and fishing." These are words of *d*
and not words of *definition*. The scope of the rig
"all beneficial uses to which the water can be put
Navigation, fishing, taking of ice, etc., are exampl

37. The public right of use of water is not an e
By changing the test of what constitutes public
to navigability in fact, no change in the nature a
public right of use was made. Public waters we
public as to use under the new test. The word "nav
to test the *nature* of the water, whether public or
test the *scope* of the public right of use in water
test to be public. While navigability in fact wa
of what constitutes public waters, it was not mad
scope of the public *use* of such waters.

e in trust for all legitimate public purposes, shall be turned
ally important public use, namely, the development of
power for public purposes.

n the improvement of waters to permit the public use of
avigation, no compensation was necessary to the riparian
so long as the work and its effects were confined within
of the stream, so in the improvement of waters to permit
use of them for hydraulic power no compensation to
vners is necessary, so long as the work is confined within
for any land appropriated or flooded outside of the banks,
to riparian owners, compensation must be made under the
of eminent domain.

right of the public use of waters for hydraulic purposes is
e State in its sovereign and governmental capacity. In
water available for this purpose the State may act through
or corporations. A grant from the State to individuals or
tions of the right to erect dams or other structures in
streams for the purpose of developing hydraulic power for
public purposes is a franchise and is subject to all the
tics and incidents of franchises in general.

RE AND SCOPE OF RIPARIAN RIGHTS AND LIMITATIONS N GROWING OUT OF THE PUBLIC NATURE OF THE WATER.

I.

Basis of a Riparian Right.

nd adjoins a body of water, certain rights are recognized
er of the land to use the water in connection therewith,
s are different from those belonging to the public generally.
called riparian or bank rights.

of a riparian proprietor, so far as they relate to any natural stream, exist
because his land has by nature the advantage of being washed by the
f the facts of nature constitute the foundation of the right, I am unable
e law should not recognize and follow the course of nature in every part
ream. * * * With respect to the ownership of the bed of the river,

of the riparian rights of such owner.

As riparian rights pertain to the bank, riparian right grow out of the ownership of the submerged soil. (Uni v. Morris, 24 Wash. L. Rep., 168; Weber v. State Harbor, 57; Turner v. People's Ferry Co., 22 Blatchf., 272.)[a]

Nature of Riparian Rights.

A riparian right pertains not to the water itself, but to t flow of the water as it passes. It is not his own as to pro only as to the use he can make of it in its passage. The w subject to ownership, for it—

is a movable, wandering thing, and must of necessity continue commo of nature, so that I can only have a temporary usufructuary property the Com., 18.)

Flowing water is *publici juris*, not in the sense that it is *bonum vacans*, first occupant may acquire an exclusive right, but that it is public anc this sense only: That all may reasonably use it who have a right of acce none can have any property in the water itself, except in the particular p he may choose to abstract from the stream and take into his possession, an the time of his possession only. But each proprietor of the adjacent right to the *usufruct* of the stream which flows through it. (Embrey Exch., 353, 369.)

The property in the water itself was not in the proprietor of the land tl it passes, but only the use of it, as it passes along, for the enjoyment of and as incidental to it. (Wood v. Waud, 3 Exch., 775.) All that a ripari is entitled to is flumen aquae; but no atom of the water belongs exclus (Earl, C. J., in Medway Co. v. Romney, 9 C. B. n. s., 586.)

In the American cases the same doctrine is just as firmly Mr. Justice Story says in Tyler v. Wilkinson (4 Mason (I

But strictly speaking, he has no property in the water itself, but a si as it passes along.

And Kent (3 Com. Marg., 439):

He has no property in the water itself but a simple usufruct as it passe

In Pixley v. Clark (35 N. Y. 520, 91 Am. Dec. 71, [1866]

Another maxim, flowing from the one above stated (aqua currit), is of the bed of the stream does not own the water, but he only has a m use; he has a mere usufruct.

---

[a] It was held, however, in In re State Res. (16 Abb. N. C., 159; 37] the use of water of the Niagara River for power did not belong to the i but was owned by the State by virtue of its title to the bed of the rive

the power inherent in the fall of the stream and the force of the current to . That power can not be used without damming up the water and thereby to flow back." In Bates v. Weymouth Iron Co. (8 Cush., 548–552), Chief aw says: "The relative rights of landowners and mill owners are founded ablished rule of the common law that every proprietor through whose ter- rrent of water flows in its course toward the sea has an equal right to the all reasonable and beneficial purposes, including the power of such stream mills, subject to a like reasonable and beneficial use by the proprietors and below him on the same stream. Consequently no one can deprive his equal right and beneficial use by corrupting the stream, by wholly t, or stopping it from the proprietor below him, or raise it artificially so it to flow back on the land of the proprietor above." Chancellor Kent ery proprietor of lands on the banks of a river has naturally an equal right of the water which flows in the stream adjacent to his lands, as it was wont rere solebat), without diminution or alteration. No proprietor has a right of the water to the prejudice of other proprietors above or below him, unless rior right to divert it or a title to some exclusive enjoyment. He has no the water itself, but a simple usufruct while it passes along. *Aqua currit rere ut currere solebat* is the language of the law. Though he may use the e it runs over his land as an incident to the land, he can not unreasonably r give it another direction, and he must return it to its ordinary channel aves his estate. Without the consent of the adjoining proprietors he can or diminish the quantity of water which would otherwise descend to the below, nor throw the water back upon the proprietors above, without a n uninterrupted enjoyment of twenty years, which is evidence of it." Comm., star page 439.) The authorities might be multiplied indefinitely ne the right in substantially the same language, but it is unnecessary. v. Mowry (52 Wis., 219), the same doctrine is recognized and applied and s cited which enforce it.

se of the water may be for ordinary and extraordinary .

parian proprietor has a right to what may be called the ordinary use of the ng past his land; for instance, to the reasonable use of the water for domestic * * * and this without regard to the effect which such use may have deficiency upon proprietors lower down the stream. (Miner v. Gilmour, '. C., 131, 156.)

ner, he has a right to the use of it for any purpose, or what may be deemed dinary use of it, provided he does not thereby interfere with the rights of rietors either above or below him. Subject to this condition, he may dam n for purposes of a mill or divert the water for the purposes of irrigation. no right to intercept the regular flow of the stream if he thereby interferes wful use of the water by other proprietors and inflicts upon them a sen- y. (Buttall v. Bracewell, L. R., 2 Exch., 1.)

The right to such extraordinary use of flowing water is comm
proprietors. It is not an absolute and exclusive right to all the
their lands, but it is a right to the flow and enjoyment of the st
similar right in all the proprietors, their privileges being in all resp
reasonable use by one man of this common property does no actu
damage to the right of the other proprietors to use it, no action lies
able use of it, whereby others are deprived in whole or in part of th
is an actionable injury, even though there is no present actual da
regard to the question whether the act which causes the injury is w
or whether notice was given that the rights of others are infringed.
3d ed., secs. 204–206.)

Scope of Riparian Rights.

The scope of the riparian rights is necessarily indefi
upon the volume of the stream, the topography of th
extent of riparian ownership, whether the stream is na
navigable, the public or private character of the wat
as between riparian owners, unaffected by the public
includes the right of access to the water, and this on na
would permit of building wharves, piers, or other stru
water to reach the navigable portion of the stream.
the right of flow; to have the stream continue to flo
with respect to volume, rate, and evenness. Cont
stream in its customary place or channel is also a ripar
tial to the existence of the right itself. Likewise the
the right to have the water remain in a reasonably
The right to alluvion, reliction, and avulsion, and t
products of the water, such as ice and fish, are usually
the scope.

It is not the purpose here to discuss in detail the f
They are enumerated merely to lead up to the part
right which it is the object of this brief to consider,
the riparian to use the fall of the water to develop pow

Right to the Benefit and Advantage of the Fall of the St Power.

It is the purpose under this head to state the nature
right to use the water for power, as between ripari
affected by the existence and exercise of the public ri
statements and quotations are made for this purpos

t subsists in its *natural* state. It follows, then, that no single proprietor, nsent, has a right to make use of the flow, in such a manner as will be to ice of any other; and that he has no more power to apply it to a purpose sions a return of the water on the land *above*, than he has to cause a diminu- quantity *below*. He can not alter the level of the water, either where it vhere it *leaves*, his property. (Angell, Water Courses, sec. 340.)

n owner can not be said to be entitled to a natural mill seat for the propul- chinery by falling water, although such a mill seat may exist, if it appears tle to the land between the point where the mill is to be located and a ficient distance up the stream to give a headrace with a sufficient fall of ender it valuable for milling purposes is not in such owner. (Farnham, . 471.)

er to which every riparian proprietor is entitled consists of the difference tween the surface where the stream in its *natural* state first touches his he surface where the stream leaves his land. He has no right to dam the so as to throw it upon the land above his own. If he does so by a single , he is liable to an action, even though the proprietor above him suffers l injury and though the mill of the trespasser is a public benefit. (Dick- nham, 14 Grant's Chan. (U. C.), 595.)

is elementary that unless affected by license, grant, prescription, or public e like, every proprietor of land on the bank of a stream of water, whether or not, has the right to the use of the water as it is wont to run, without teration or diminution, and no riparian owner has the right to use the e stream to the prejudice of other riparian owners above or below him by back upon the former or subtracting it from the latter. (Lyon, J., in & Clark Co., *v.* Hewitt, 79 Wis., 334.)

roprietor of land through which a water course runs has a right to the use elling force of the current, or what is more familiarly called the head and current, for mill purposes, *so far as they exist on his own land, if there be any nd fall within his own limits*. If the water flows at nearly a level, there will available head and fall. If the descent be very rapid, there will be such all, and of course mill sites or privileges at short distances from each other. ent be gentle and regular and the land of the proprietor not extensive, the all on his own land may be quite insufficient for practical use for mill pur- haw, C. J., in Gould *v.* Boston Duck Co., 13 Gray, 442, 450.)

tween riparian owners, unaffected by the public rights, a water power exists as a riparian right depends therefore rst place upon whether there is sufficient fall in the stream *tural* condition within the limits of a single riparian owner. is no such fall, then the use of the water for power is not a right.

reation of a water power, however, usually involves some- ore than the possession of a sufficient fall within the limits le riparian proprietor. The maxim is that each riparian is to have the water *flow* as it is accustomed to flow in its

is being refined. (Weare v. Chase, 93 Me., 264.) The
can not detain the water in his reservoir during the
spring, when his mill is supplied from another source, for
of providing a supply for the summer months, when there
of water. (Clinton v. Myers, 46 N. Y., 511.) If the w
be held back without unreasonable injury to the lowe
upper owner has no right to do so, although unless he do
not run his mill. (Miner v. Gilmour, 12 Moore P. C. R.,
wise, the manipulation of the flow, by retarding or ac
can only be done so as not to interfere unreasonably wi
of the adjoining owners.

A water power, therefore, so far as it pertains to a ripa
land, is a potentiality—a possibility. A riparian has n
water power as such. He has a right to the natural an
flow of the stream and to make a reasonable interfere
flow. If the stream in its natural condition with a reas
ference with its flow will produce a practical amount of
such beneficial use as against other riparian proprieto
persons, but not as against the State, belongs to the r
however, in order to get sufficient power he is obliged t
the least degree the natural level of the water or interfe
ably with or manipulate its flow, he has no water po
would involve an invasion of the reciprocal rights of t
riparian owners, and "no man can be said to have a r
which can not be used without injury to others." (Da
12 Vt., 178.)

The Mills Acts: Their Necessity and Purpose.

A water power as the result of the exercise of riparian
fore, must result from the stream at its natural level and
reasonable interference with its flow. In very many sit
will not be found within the limits of the land of a si
owner a sufficient fall in the stream in its natural conditic
a practical amount of power, or such power can not be m
without an unreasonable interference with the flow of
A change in the natural level of the stream or an unreas

n a very early day what are known as the "Mill Acts." The of these acts was to permit a riparian owner, by making changes in the level of the stream, to back the water upon riparian owner and flood his land, paying damages for the ereby inflicted. Statutes similar to the Massachusetts law passed in Wisconsin and many other States.

consin the act is limited to nonnavigable streams.[a] The uch legislation has been to enable a single riparian owner to practical amount of power. While there is conflict of s to the ground on which this legislation can be constitu-ustified, whether as an exercise of the right of eminent r of police power, and what is the nature of the public pur-ch is served, the result of such acts is clear, viz, that a wner who has not within the limits of his own land an ade-ter power may, by proceeding under the statute, acquire wer by changing the natural level of the stream in such a interfere with the property rights of the upper riparian Such a change results in the flooding of the upper land and ally a taking of it. The constitutionality of such legislation violently attacked on the ground that it is a taking of private for private purposes. While in some jurisdictions such acts held unconstitutional in many other States, including Wis-ey have been upheld. As only the State can take private for public purposes, and as such a power is a prerogative of ty only, the grant of such power to an individual consti-*ranchise;* for a franchise is a sovereign prerogative in the a citizen. A water power, therefore, which is made possible reason of the authority conferred by the State does not m the exercise of riparian rights as such, but from the der the state grant.

---

e aid given in the Mill Act has, however, been extended to riparian owners e streams by special acts either expressly conferring the rights under the on the grantee, or by granting rights substantially the same as those given act.

present purpose it is not necessary to discuss the theory of the Mill acts nt to which a riparian owner availing himself of such legislation obtains e land of others. In Wisconsin such legislation is upheld by virtue of of eminent domain conferred upon individuals to promote public pur-wcomb *v.* Smith, 1 Chand., 71; Pratt *v.* Brown, 3 Wis., 603; French *v.* s., 112.)

of others. A water power which can be produced c
ficial change in the natural level of the stream or by ε
obstruction, detention, acceleration, or manipulation c
riparian property, but originates either in voluntary g
riparian owners or in an authority from the State
the property of other riparian owners, in which latt
water power results by virtue of the state grant an
of the riparian proprietorship.

Enjoyment of the Riparian Right in Relation to the Rigl

From the foregoing it will be seen that riparian r
and the right to use the water for power in particular
restricted by reason of the existence of corresponding
riparian owners, so much so that the effective develo
is possible only by legislative aid. It is now propos
on navigable streams the riparian right is further
limited by reason of certain rights in the public to
It is well settled that in streams of sufficient size t
the public has *some* rights. The existence of thes
sarily produces some restriction upon the exerci
rights. The extent of this restriction will depend u
and scope of the public right. There is lack of ag
cases as to the nature and extent of this restrictio
lack of agreement in the nature and extent of tl
Without attempting at this point to ascertain e
scope of the public right, all concede that the pub
includes at least the right to navigate, and in Wis
tion" has received a very broad meaning. Notwi
conceded right, there is a diversity of opinion as to tl
restriction upon riparian rights which is produced b
of this public right.

---

[a] Possibly a third requirement should be added. That on nonn
domestic uses to which the upper riparian owners may put the wa
a reduction of its volume below the point of efficiency.

onsin River, which he purchased with a view of erecting a The shore in front was especially adapted for this purpose, l be used without interference with navigation. The chief the land was due to its accessibility to the river, which natural and necessary appurtenances for a sawmill and lum- factory. Defendant was authorized by the legislature to the navigation of the river, and was granted the exclusive onstruct booms, etc., for a certain distance along the river, the space in front of plaintiff's land. By its charter it was to extend to all persons the equal right to use its facilities. to its authority defendant constructed, along the entire tween the low-water mark and the thread of the stream, a iers, booms, and piles, and completely appropriated and p the entire bed of the river in frónt of plaintiff's land and it impassable and unnavigable, except in a channel imme- front of the plaintiff's premises through which the water to flow with increased velocity. The approach to plain- was rendered inaccessible for logs and lumber, all connec- the center of the stream cut off, and the fitness of the land ng and milling purposes destroyed. Plaintiff's bill to have dant's works abated as a nuisance and for damages was dis- ne court (Ryan, C. J.) saying:

ed in this State that a riparian owner on navigable water may construct in and in shoal water proper wharves, piers, and booms, in aid of navigation, of obstructing it, far enough to reach actually navigable water. This is iparian right, resting on title to the bank, and not upon title to the soil . It is a private right, however, resting, in the absence of prohibition, ive or implied license by the public; is subordinate to the public use, e regulated or prohibited by law. (Diedrich *v.* Ry. Co., 42 Wis., 248; nt Boom Co. *v.* Reilly, 44 Wis., 295; s. c. 46 Wis., 237.)

ver to the contention that the State authorized the defend- nstruct its work so as to take the plaintiff's property without tion, it was said (324):

llant must therefore be held to be a *quasi* public corporation (Atty. Gen. Cos., 35 Wis., 425), an agent of the State for the improvement of the river Co. *v.* Manson, *supra*), and its franchises granted for a public use.

private property of others could not be in any way appropriated or used ellant in aid of the public purpose, without authority of law, upon just

(Alexander v. Milwaukee, 16 Wis., 247.)

Black Falls Imp. Co. *v.* La Crosse, etc., Co. (54 Wis.

Plaintiff, acting under legislative authority, grante improve the navigation of Black River, closed by a dai of Black Snake River, a navigable stream which dive main channel of Black River and rejoined it at a poir Defendant was organized by special act, in 1872, for manufacturing lumber into various forms, and also t navigation of Black River within specified limits. I also a riparian owner on Black Snake River and main of its banks booms, piers, and rafting works. In oı the navigable character of Black Snake River, defend the dam at the entrance. Plaintiff's bill seeking to fendant from further interfering with its dam was sı court said (p. 681):

The waters in a navigable river, or other navigable body of wa property of the State that the State may control them for public flow or otherwise, without making any compensation to the ripa the borders of such streams or bodies of water. The flowing watei are public highways, and such waterways are as much subject to State for the purposes of the improvement of such ways as a highw The right of the public to raise or lower the grading of a public str required to compensate the adjacent owners is well established b this court (Dore *v.* City of Milwaukee, 42 Wis., 108; Harrison *v.* Bd waukee Co., 51 Wis., 645); and the right to discontinue a highwa compensation has always been recognized by the law. The rigl owner to have the water of a navigable stream flow past his lands a as they were accustomed to flow, is as perfect against everybody or some person or corporation standing in its stead, as it is in the ca streams; and that right does not, as this court has decided, depen ship of the soil under the water, but upon his riparian ownership Boom Co., 47 Wis., 314, 322); and the right of the State to control streams in the public interest is the same whether the ownership the water be in the State or in the riparian owner.

The doctrine of the cases above cited has, as we think, been full court in all cases where the interference with the waters of a nav been for the improvement of the navigation thereof. Whether this or will decide that the State may, for any and all public purpos the waters of a navigable stream, whereby injury may result to tl without making compensation therefor, need not be determined i plaintiff represents the State for the purpose of improving the Black River, and that which it has done under its charter, which by the defendants, we think must be, for the purposes of this acti have been done for the improvement of navigation in said river. the State, or the plaintiff acting in its stead, we think this court ha

part of a general scheme to improve navigation. In
d Pennsylvania case the court said:

who buys property upon a navigable stream purchases subject to the
nts of the Commonwealth to regulate and improve it for the benefit of all
. If, therefore, he chooses to place his mills or his works, for the *qualified*
make of the water, within the limits or influence of high water, he does
n risk, and can not complain when the Commonwealth, for the purpose of
nt, chooses to maintain the waters of the stream at a given height within

ew York case deals with the Mohawk River, which being
in *fact* thought not in *law*, is held in the case mentioned to
lic river, and therefore the waters may be diverted by the
supply its canals without compensation. In later cases,
Smith *v.* Rochester (92 N. Y., 463), the court limits the
ase to the Mohawk River on the ground that that river was
by the civil and not by the common law. But there is no
of the civil law by which the State could divert all the water.
ground on which the Loomis case goes is this: The court
d the English test of what constitutes a public river, viz,
in law (which means affected by the ebb and flow of the
adopted a new test, navigable in fact. The Mohawk being
in fact was a public river, and its waters could be used for
ose of navigation to the exclusion of riparian owners. The
s abandoned this test and returned to the English test of
in law (i. e., tidal). All streams in New York except the
and perhaps the Hudson above the flow of the tide are private
ubject only to the right of navigation. But the later cases
rport to overrule the Loomis case. The significance of that
in this: First, it recognizes the distinction between public
d private waters. Second, that the test of public water is
able quality. Third, that if water is public all riparian
held subject to impairment or destruction by the public
ch water for navigation.

on *v.* Wheeler (179 U. S., 141, 163 [1900]).
aintiff was the owner of land bordering on the St. Marys
public navigable river in Michigan, whose access from his
navigability was permanently lost by reason of the con-
under authority of Congress, of a pier resting on submerged

be necessary or valuable in the proper improvement of navigation.
to this view. If the riparian owner can not enjoy access to navi
the improvement of navigation by the construction away from the
in a public navigable river or water, and if such right of access c
reason to be of value, there is not, within the meaning of the Cons
private property for public use, but only a consequential injury to
be enjoyed, as was said in the Yates case, "in due subjection t
public"—an injury resulting incidentally from the exercise of a g
for the benefit of the general public and from which no duty arise
compensation to the riparian owner. The riparian owner acquired
to navigability subject to the contingency that such right might b
consequence of the erection under competent authority of stru
merged lands in front of his property for the purpose of improving

The court expressly distinguishes Railroad Compa
(7 Wall., 272) and Yates *v.* Milwaukee (10 Wall.,
which great reliance has been placed as supporting
that the riparian right of access can not be destroye
pensation.

In accord with Scranton *v.* Wheeler are the follow
United States (166 U. S., 269); Salliotte *v.* King B
(122 Fed., 378); Sage *v.* New York (154 N. Y., 61).

The restriction produced by the existence of the p
also be seen in connection with the riparian right t
nontidal but navigable streams, and therefore *priv*
England the public right of use for fishing does not
is real property. From the earliest times fisheries
as a part of the estate. (Tudor *v.* Cambridge Water
164; Queen *v.* Robertson, 6 Can. S. C., 52; Angell, se
ham, secs. 368*b*, 368*c*; Royal Fishery of the Banne, I

In Willow River Club *v.* Wade (100 Wis., 86) the
the riparian right of fishing was subordinate to the p
stream, whether for the public right of navigation
thereto or independent thereof, may not be entirely
majority opinion. The case will be examined more i

The restriction may also be seen in connection wi
right to use the stream for power. In Wisconsin the u
for power is subordinate to its improvement and use

ıter Power Co. (142 U. S., 254). The court relies upon
/ausau Boom Co., *supra;* Black Falls Imp. Co. *v.* La Crosse,
upra; Rundle *v.* Delaware, etc., Canal Co., *supra.*

ıe foregoing it is apparent that, granting for the present
oublic use of navigable streams extends no further than
ı for navigation and fishing, the existence of such use is a
striction and in some instances a total deprivation of
ghts, and especially on the riparian right to use the stream
) power.

ms or Obstructions in Navigable Streams are Nuisances.

on of the existence of this public right of use of navigable
navigation any obstruction placed in or over such rivers
nce, and is subject to be abated after the manner of all
sances.

v. Racine (4 Wis., 454), Hale *v.* Carpenter (68 Wis., 165),
ed (46 Wis., 530), Wisconsin River Imp. Co. *v.* Lyons (30
Charnley *v.* Shawano, etc., Imp. Co. (109 Wis., 563), Conn.
le Suamico, etc., Co. (74 Wis., 652).

ng to well-established decisions of common law, irrespective
ıatutory provisions, such obstructions would constitute
The legislature, however, in 1853 enacted what is now
section 1596 of the Statutes of 1898. That statute has
substantially unaltered from that day to this. The ma-
; is as follows:

and streams which have been meandered and returned as navigable by
s employed by the Government of the United States are hereby declared
far as the same have been meandered to the extent that no dam, bridge,
ruction shall be made in or over the same without the permission of the

e noticed that the section is limited to *meandered* navigable
is well settled that there are nonmeandered rivers which
heless navigable to which the statute does not apply, but
ns in or over which would constitute public nuisances. The
could, if desired, extend the statute to cover all navigable
respective of whether they were meandered. The purpose
1596 was to declare that as to one class of navigable rivers,
lered navigable rivers, no obstruction should be placed in

The plaintiff obtained an injunction.

The circuit court found as a *fact* that if the dan pleted according to the intention and plan of defe would not have been an obstruction to navigation.

As a conclusion of law, the court found and decided that the c tuting an obstruction, might be lawfully erected and maintained

After referring to section 1596, Wisconsin Sta (Dixon, C. J.) says:

How, in view of this positive statutory prohibition, it can be defendant may lawfully erect the dam in question, even thou should prove no obstruction or detriment to navigation, is certa court is able to perceive. The words of the statute are that no without the permission of the legislature, and it is impossible to or to avoid the effect of the prohibition by speculating upon the dam, when erected, may not impede or obstruct the navigatio but mere speculation. As stated by some of the witnesses, no anticipate with any certainty what the effect of the dam when upon the navigation, and it is enough for the courts to know, ar them, that the legislature, acting within the scope of its power party is a trespasser upon the rights of the public and shall not e public permission, even though the same may prove, as he cla instead of an injury to the navigation. We know of no way of ge positive provisions of such a law, except that of being governe effect to its requirements.

The significance of the case lies in this: If the pu extends only to navigation, then the defendant's c have been sustained, because the trial court found defendant's dam would not obstruct navigation, a should have been permitted to maintain it. In d dam could not be maintained, irrespective of whethe fered with navigation, the court in effect decided right of use extended beyond the use of the stream f

Section 1596 above referred to has been the law almost sixty years. The interpretation placed upor River Improvement Co. *v.* Lyon (*supra*) has stood years. Riparian owners during all this time have be legislature for permission to place obstructions in na Permission has been given, not to place obstructions the form of dams for the purpose of developing wat improve the stream for purposes of navigation. U

vigable river, irrespective of its effect on navigation. It has
med, however, that the defendant's dam did in fact interfere
igation, because the trial court found that the plaintiff had
$600 damages. This finding of special damages to the plain-
ever, was essential to the maintenance of the action. From
that appears to the contrary, the plaintiff was suing in its
apacity to abate a nuisance, because of special and peculiar
to it, and therefore the finding of some special damages was
, for the private party could not maintain a bill to abate a
unless he could show special and peculiar damages. Such
does not necessarily establish that the dam was in fact an
on to the public right, the trial court finding that the dam
n fact obstruct navigation.

nection with the contention that the riparian owner may
hout legislative permission a dam which does not obstruct
n, two cases must be noticed.

Co. *v.* Little Suamico Lumber Mfg. Co. (74 Wis., 652 [1889]).
for damages for obstructing plaintiff's logs so that they
t be floated down. Defendant had built a dam in a small
dered river, but navigable in fact. Held:

jury must have found that the alleged obstructions did not materially
beneficial use of the stream for floating logs, and that the plaintiff had
no injury by them.

ghts of the public are not involved; the remarks of the court
ffect that the public had no cause of complaint are dicta.
sues for a nuisance to *him*. Whether a public nuisance
was not before the court. Plaintiff fails because he shows
y. It does not follow that if he had shown an injury, he
t recover. The inference is that he could, even though the
s nonmeandered. Defendant's obstructions are not per se
though placed there without legislative sanction, because it
meandered stream. They are illegal depending upon the
material interference with the use of the stream. Obstruc-
meandered navigable streams only were made illegal by the
(See Wis. River Imp. Co. *v.* Lyon, *supra.*) As to non-
ed navigable streams, however, the legality or illegality

under section 1777, Revised Statutes (1878), and amen
Defendant was a corporation organized for the pur
said dam for hydraulic and manufacturing purposes
the river and facilitate the running of logs therein,
signee and owner of the rights and privileges granted
others. The dam was erected in 1892. Shawano Cr
stream, empties into Wolf River about a mile and ha
ant's dam. Some forty years or more before the da
dam was built across this creek a little way above its
a head of water from 6 to 8 feet was claimed to have
continuously and adversely until 1892, at which tim
chased the dam from one Kast, with all flowage ri
Creek is about 4 miles long and is the only outlet of

The plaintiff is the owner of land on the banks o
filed a petition for the appointment of commissioner
1777, to appraise the damages to his lands by reason
of the same by defendant's dam. The defense wa
evidence does not show that the lands described in
overflowed by defendant's dam; (2) the evidence doe
the overflow of said lands is necessary in accomplish
of its creation; (3) that the defendant has a prescripti
flow said lands. On all of the above points the cou
the defendant. The only evidence in the case regar
ity to maintain the dam in Shawano Creek was the s
Kast that he had maintained the dam publicly, clai
do so without permission from anyone. The defenda
this dam had been maintained a sufficient length of
a prescriptive right to flood the plaintiff's lands. T
tended that the Kast dam was a nuisance, and a p
to maintain a nuisance could not be obtained. The
while as against the public a prescriptive right to m
nuisance could not be obtained, yet as against the
private capacity the defendant might by prescriptio
a right to maintain the Kast dam with its consequen

public the Kast dam was wrongful if it obstructed the navigation of the
s against the petitioner it was wrongful because it overflowed (if it did
is lands and thus invaded his property interests. The private right of
s, not from the fact that the dam was unauthorized, but because land was
e overflow without compensation. The right to damages would have been
ad the dam been authorized by state authority. That one may obtain a
e right of flowage under proper conditions can not be disputed.

the foregoing it is plain that if the plaintiff could show that
riptive right had been obtained against him, and that the
question did in fact flood his land, he would be entitled to
The case in no way touches the rights of the public.

n Drawn as to the Effect upon the Private Riparian Right because the Existence of the Paramount Public Right of Navigation.

ling then, merely for the moment and for the sake of argu-
at the public right of use extends only to navigation and
what is the position of the riparian owner with respect to his
e water for power? As already pointed out, the riparian
en taken in relation with the corresponding riparian rights
makes the development of efficient water power within the
the riparian proprietor's own land impractical in most cases;
so that legislative aid in the form of the Mill Act was neces-
nonnavigable streams and further aid in the form of grants
ve navigation for navigable streams. Add, then, to these
ns growing out of the corresponding rights of other riparian
he restrictions growing out of the existence of the public
use for navigation and fishing, and a water power as a result
ed riparian ownership becomes largely a matter of con-
nd speculation. If riparian owners had in the past kept,
in the future keep, within their strict legal rights as riparian
asking no aid from the State for its prerogatives, effective
wer will seldom result as an incident to *riparian* proprietor-
he public right to navigate being paramount to the private
right to use the water for power, the exercise of the para-
ublic right may entirely prevent the use of the private right,
event the development of any water power by the riparian
ould be impossible; for example, The Falls Mfg. Co. *v.*
& Co., *supra,* where the water power was substantially

dent) to the improvement of navigation. The francl
that company contains all the prerogatives of the Sta
Mill Act, in the statutes relating to boom companies,
relating to railroads. Is that power the product of
riparian rights or is it the product of the exercise of r
by the franchise? Did the promoters of that enter
the State a mere building permit to do something on t
Is there any analogy between the charter of the Soutl
Power Company or the charter of any of the large po
and a building permit given by the city to a lot ow
house on his own land? A dam franchise is not a p
something on the grantee's land. It is a permit to
on the land of some one else. It is a grant of the state
to promote a public purpose.

Without going further, then, than to assert for th
to the use of navigable water for navigation and f
established by the decisions of the court and which se
ceded by riparian owners) a restriction is placed up
of the riparian right which, with the restrictions grov
correlative rights of other riparian owners, make it,
impracticable to develop water powers without the ai
prerogatives, and if such development would in the ju
legislature be inconsistent with the paramount public
gation, no water power at all could be procured.

An examination of the so-called "dam franchises,"
are between 600 and 650, which have been granted by
will disclose that in a very large number of them the
nent domain was conferred upon the grantees. It is e
the State will not grant its prerogative of eminent do
promote a public purpose.[b] The public purpose, in a

[a] In nonnavigable streams the powers have been developed by vi
aid under the Mill Act. Before the passage of the Mill Act in 1840 an
of its repeal from 1850 to 1857, as well as from 1840 to 1850, and in s
1857, legislative grants will be found conferring upon riparian propri
streams the benefits of the State's prerogatives. The effect of the
tically to make the Mill Act in special cases applicable to navigable

[b] It is sometimes said that a certain work or enterprise is public
are carrying it on have been given the power of eminent domain.
mistaking the effect for the cause. The work or enterprise is not p
promoted by eminent domain. It is promoted by eminent do
public.

ıus developed was used for private purposes. To justify grant, however, the legislature provided that grist mills to such powers were public mills to the extent that their vere required to grind the grain of all who applied without ıation and for a reasonable price fixed by law. (Wis. St., ːs. 1671–1674.) The constitutionality of the Mill Act was y assailed on the ground that the purpose sought to be ıs private rather than public. Such legislation, however, ained. The Mill Act was limited to nonnavigable streams. or not it would have been sustained had it applied to navieams also is a matter of conjecture. The development of ː power on navigable streams for private manufacturing and l enterprises was generally regarded as not serving the ırpose, and, therefore, the dam franchises were usually to navigation, the development of the power being an incident ıblic work. Logically, it may very well be argued that if lopment of hydraulic power on a nonnavigable stream was of sufficient public interest to justify a grant of eminent much more so would the development of hydraulic power on ble stream be a work of public interest.[a]

ants, however, were not made to promote such work. The owner on a navigable stream who desired to get an effective wer, but who did not have within the limits of his own land itions for getting such power by the exercise of his riparian

---

sin River Imp. Co. *v.* Pier (137 Wis., 325 [1908]) and In Re Southern Power Co. (122 N. W., 801 [1909]) contain dicta intimating that the devel- hydraulic power by a public utility company subject to the provisions 277, Laws of 1907 (public utility law) could be regarded as promoting a pose, and that such development could be aided by the grant of eminent In the first case the Wisconsin River Improvement Company was chartered the navigation of the river. By a contract with the Tomahawk Power t was provided that the latter company should build a certain dam which ed as an improvement of navigation and should have the right to sell what- power might be developed as an incident to such improvement. The pose of improving navigation was held not to be impaired by the fact that purpose of getting power was also promoted, especially as the company the power was properly under the public utility law, and would thus be serve all persons desiring power without discrimination and for a reason-

thing which, as has been shown, is practically imp
riparian owner desires the aid of the State he must ta
only that use of the stream which he contends the S
to enjoy, i. e., navigation.

If he thus undertakes to improve the stream for t
to use the State's prerogatives in aid thereof, he m
task and use the prerogatives according to the term
prescribed by the State. In other words, in the futu
if the riparian owner's contention is correct, the stat
eminent domain can be granted only to promote navi
as is contended, that is the only use to which the St
water. If a riparian owner needs eminent domain—a
all cases of effective development he does—his water
as an incident to the promotion of the public use o
stream for navigation, and not from the exercise of hi

In the discussion up to this point, in saying that t
to use water for power is relative as to the other rip
is intended to announce something more than the m
tuo, etc.; and in saying that the right of the ripari
regards the public, it is intended to announce somet
the general limitations growing out of so-called police p
lative power to control persons and property for the
It is intended to announce that the right of a ripari
water for power is specially and peculiarly limited b
rights of other riparian owners, and is subordinate t
of the stream for at least the purpose of navigation.

Basis of State Control.

Without extending, therefore, the State's right t
waters beyond the use for navigation, an adequate
exists on two grounds: (1) By the very nature of t
for power and the necessities of the situation, the obta
power as a result of the exercise of purely riparian r
cases practically impossible. The aid of the State i
grant of eminent domain is in most cases indispensab
domain is granted, it must be for the purpose of im
tion, and this being a public work must be done o

avigation. (Cohn *v.* Wausau Boom Co., *supra;* Black Falls Imp. Co. *v.* etc., Co., *supra;* Falls Mfg. Co. *v.* Oconto, etc., Co., *supra.*)

horizing the improvement of the stream or river for navi- he legislative determination and judgment as to what will such work, while not absolutely controlling or beyond by the court, will prevail in the absence of a clear showing h determination is irrational or colorable. In a number tive grants to improve navigation, the contention has been at the so-called "improvement" was not what it purported it that it was in fact an obstruction or destruction of navi- or that the improvement of navigation was a mere secondary ation and the development of the power was the chief object. al to the court such contentions have been denied and the e determination has been sustained.

t urged that, while the act specifies that its purpose is to improve the navi- ie Wisconsin River above the dam, such dam is, in fact, an obstruction to , extending, as it does, from bank to bank, and being 15 feet in height; that pose is to create hydraulic power, and that the navigation of the river can tructed for any such purpose. It has been held that the legislature is at arily the judge of the necessity for the proposed improvement, and that legates such a power, and the State does not question that the improve- is in conformity with the power delegated, neither the necessity nor the of the improvement, nor the manner in which it is made, can be called in y private parties. (Wis. River Imp. Co. *v.* Manson, 43 Wis., 255, 265; 28 542; Falls Mfg. Co. *v.* Oconto River Imp. Co., 87 Wis., 134, 151; 58 N. W., rwood Lumber Co. *v.* Pelican Boom Co., 76 Wis., 76, 85; 45 N. W., 18; J. S. nber Co. *v.* St. Croix Boom Corp., 72 Wis., 62, 81; 38 N. W., 529; 7 Am. St. Cohn *v.* Wausau Boom Co., 47 Wis., 314, 326; 2 N. W., 546; Black River . La Crosse B. & T. Co., 54 Wis., 659, 686; 11 N. W., 443; 41 Am. Rep., 66.) hat none of the cases cited involved the rights of a landowner whose prop- s sought to condemn in aid of the alleged improvement. But the same little, if any, variation, has been applied in a condemnation proceeding ndowner (C. & N. W. Ry. Co. *v.* Morehouse, 112 Wis., 1, 9; 87 N. W., 849; ., 240; 88 Am. St. Rep., 918), and, in an action brought by a landowner s were overflowed, to abate a dam authorized by the legislature. (Allaby E. S. Co., 135 Wis., 345, 352; 116 N. W., 4; 16 L. R. A. (N. S.) 420.) In n Wisconsin Power Co. (122 N. W., 801).

l contemplation, therefore, the grants of the past to improve on are to be taken for what they purport to be, and can not n in question by private individuals. The public nature of

---

ove statement is on the assumption that the scope of the public use of nds no further than navigation. As will presently be pointed out, if the ublic use extends beyond navigation a further basis of state control would

gable streams of this State were designed originally to be public for all
nd * * * their character in that regard has not changed, notwith-
ne State has, for some purposes, parted with the title which was vested
sovereign capacity, in trust for the preservation and protection of public
(Willow River Club v. Wade, 100 Wis., 86, 106 (opinion of Marshall, J.),

scope of the public interest in navigable waters of this State
upon such "rights as are incident to public waters at common
"incident to tidal waters at common law," a statement of
non-law doctrines, so far as they admit of any clear state-
lating to waters, is necessary. While such a statement will
nuch that is elementary and uncontroverted, it is essential to
standing of the present law governing this subject.

Public and Private Waters.

ters are divided, on the basis of public rights, into two classes:
c and (2) private. Public waters are such as are under the
and control of the Crown, as representing the state, for
common purposes. Such dominion and control does not
the ownership of the particles of water. Water, from its
s incapable of ownership, either by the state or the riparian
r. Water can only be *used.*[a] Public waters are such as are
on or public use, and which pertain to the Crown as represent-
ommunity. Private waters as are of private use.
waters pertain to the common or collective rights of the
The use and enjoyment of them belong to everyone alike.
nay appropriate the common right to his private exclusive
Voolrych, Waters, pp. 1, 40–43; Schultes, Aquatic Rights, p.
., Waters, part 1; Hale, De Jure Maris, ch. 1, 2.)
e right of *use* that is public. In the development of the law,
the public right of use was associated with the ownership of

e of water may, however, result in its severance and appropriation. For
on nonnavigable streams the upper riparian proprietor might as against
rian owners appropriate and consume substantially all the water for his
domestic purposes. Likewise, on navigable streams, the reasonable use
er resulted in some appropriation and consumption. As will be pointed
he public use of water for a municipal water supply may result in a sub-
verance and appropriation of the water.

during that period of the law's development were for navi
fishing.

The distinction between governmental prerogatives a
property rights, and between the private and representat
ter of the Crown was a matter of historical development.
of the Crown to the sea and its tributaries were incidents
ical power and dominion. It pertained to him as the mo
and chief personage in the realm. (Selden, Mare Clausur
22, 24; Chitty's Prerogative of the Crown, 142, 173, 206; 3
487.) As to whether he held them for himself, for his s
for both, was not clear. When, in time, his representativ
began to be perceived his title was dual. He held both in
and in his private capacity. In his representative charac
the right of use and the title to the soil beneath the wa
publicum. As an individual, the title and the use pertai
jus privatum. Even though this dual interest was reco
jus privatum or proprietary interest was always subject
publicum. Even though he held the soil, *jus privatum*, he
while thus holding it himself, abridge or destroy the co
and enjoyment, nor could he grant to others his proprietary
rights, released from the public right.

Hale De Jure Maris, ch. 6; Hargrave, 36.

The private or proprietary interest of the Crown in pu
was always doubted in England. (Att'y Gen. *v.* Londo
Cases, 440; Hall on the Seashore, Appendix. It was re
this country. Bell *v.* Gough, 23 N. J. L., 624; McCready
U. S., 391; Clement *v.* Burns, 43 N. H., 609, 617, 619; I
Co. *v.* Ill., 146 U. S., 387.) The proprietary or private
the State in public waters was expressly repudiated in W
Rossmiller *v.* State (114 Wis., 169).

Extent of the Crown Title.

The crown title pertained primarily to the sea. Withou
in detail the development of the Crown's title, which
attended with controversy, this much appears to have b
at the time the American colonies attained independence
Crown, in its representative capacity, had, as against i

United States attained independence. Above the ebb and
.e tide, waters were usually regarded as private, both as to
ıe bed and to the right of use. Such waters, however, if
, were conceded to be subject, at least, to some sort of
of navigation in favor of the public.

ıe question was regarded as not fully settled by Lord Denman, C. J., who,
v. Wilcox, said: "It is clear that the channels of public navigable rivers
highways; up to the point reached by the flow of the tide the soil was
in the Crown; and, above that point, whether the soil at common law was
ı or the owners of the adjacent lands (a point perhaps not free from doubt),
t least a jurisdiction in the Crown, according to Sir Matthew Hale, 'to
punish nuisances in all rivers, whether fresh or salt, that are a common
only for ships and greater vessels, but also for smaller, as barges or boats.'
se the right of the subject to pass up and down was complete." (Gould,
ɔd., secs. 46–51; Coulson & Forbes, Waters, p. 65.)

Nontidal or Fresh Waters.

there are a number of fresh-water rivers of considerable
ıgland, by far the greater part of the water is tidal. The
use to which water was put during the period the law was
g was navigation. Most of the navigable water in England
and most of the tidal water was navigable. (Vernon-
on Rivers and Canals, ch. 3, p. 34; ch. 11, p. 155. The
'hief *v.* Fitzhugh, 12 How., 443.)

o terms came to be used interchangeably. Public waters,
title to bed and use, were navigable waters; and navigable
ɔth as to title to bed and use, were public. So long as the
ge of terms was confined to waters that were in fact both
navigable there was no serious controversy. Difficulty was
ed, however, when the question arose as to the status of
ntidal but in fact navigable; such as the river Thames,
tain points, the Wey, and the Severn. Was the test of the
aracter of water its tidal quality or its navigable quality?
ks to the principal use to which it was put by the public,
ıble quality would determine whether it was public or
The chief interest of the public in the water was not the
ts navigable character.

"navigable" embraces within itself not merely the idea that the waters
vigated in fact, but also the idea of publicity, so that saying waters were

over, as the tide waters included most of the important w
same incentive for further extension of title to the bed
waters did not exist. The opinion was not uncommon,
that the title extended to all navigable water, whether ti
(The Banne Fisheries, Davies Rep., 55; LeRoy *v.* Trini
Sid., 86; People ex rel Loomis *v.* Canal Appraisers, 33 N.

By the English rule which finally prevailed the title to
fresh-water streams, even though navigable in fact, was in
rian owner or owners, subject to a right of use in the publi
gation. (Coulson and Forbes, Waters, pp. 65, 66.)

Navigable in Fact: Navigable in Law.

The test of the public right of use of water was naviga
test of the Crown's title to the soil beneath the water wa
If there were navigable waters which were not tidal, the ri
public use would necessarily extend beyond the right of t
soil. To meet this embarrassment (and also because ti
included most of the navigable waters) there was originat
tion "navigable in law," which meant no more than this
legal contemplation, for the purposes of determining the
the Crown's title to the soil beneath waters and to the se
waters would be regarded navigable beyond the tide. Th
of this fiction, for the purpose of testing the scope of th
title to the submerged land, did not, however, limit the p
of use to navigable tide water. Navigable *in fact* was the
extent of the public right of use.

The difficulty with respect to the question as to what streams are nav
from failure to distinguish between streams which are navigable and th
the title is in the public. The mere fact that the title to the bed is in a p
does not prevent the use of the stream for the purpose of navigation by
The King's title to the land under the water was limited by the flow of th
as far as the tide flowed he had the title in the soil, and the use of the wate
because he held the entire title in trust for his subjects. The only purpo
it becomes a matter of importance to determine whether or not the tid
ascertaining who owns the soil. The distinction does not affect the pub
in the water. (Farnham, Waters, sec. 23f.)

That the public right of use extended beyond the tide
established, notwithstanding the doubt as to the public t
soil.

interest or belonging to the public in general. * * * The king by
ght of prerogative hath had a certain interest in fresh rivers; (1) a right of
or privilege that no man shall set up a common ferry for all passengers; (2)
t of pleasure or recreation, as the right of fowling or fishing in it; (3) an
jurisdiction, which extends to reformation and punishment of nuisances
rs that are of common passage, not only for ships and greater vessels, but
aller, as barges and boats, for as the common highways on the land are for
on passage, so this kind of rivers, whether fresh or salt, that bear boats or
e highways by water; and as the highways by land are called altæ viæ
these public rivers for public passage are called fluvii regales and haut
e roy, not in reference to the propriety of the river, but to the public use.
fore the report of Sir John Davies in the Royal Fisheries of the Banne mis-
eason of those books that call these streames le roy, as if they were so called
of propriety, for they are so called because they are of public use and under
special care and protection, whether the soil be his or not." Again he
re be some streams or rivers that are private, not only in propriety or owner-
also in use, as little streams and rivers that are not a common passage for
people." Again, "There be other rivers, as well fresh as salt, that are of
r public use for carriage of boats and lighters. And these, whether they
or salt, whether they flow and reflow or not, are prima facie publici juris
ighways for man or goods, or both, from one inland town to another. Thus,
of Wey, of Severn, of Thames, and divers others, as well above the bridges
as below, as well above the flowing of the sea as below, and as well where
become to be of private propriety as in what parts they are of the king's
are public rivers juris publici." Further, in considering the king's interest
er, he says that "a river is called an arm of the sea where the sea flows and
d so far only as the sea so flows and reflows, so that the river of Thames,
gston and the river of Severn above Tewksbury, though there they are pub-
yet are not arms of the sea." There is certainly no distinction between
alt rivers in point of navigability in that passage. In fact, all rivers capable
avigated are called public, which is a term applied in the civil law to navi-
rs. Subsequently, when discussing the rights of individuals in waters in
tide ebbs and flows, he designates them as creeks or arms of the sea. And
hat the king may also grant that very interest itself, viz, a navigable river
arm of the sea. In all this discussion there is no such distinction as navi-
nonnavigable, as depending upon the flow of the tide. All rivers are pub-
which are capable of being navigated, and whenever Lord Hale wishes to
stinction depending on tide water, he always says navigable waters where
bbs and flows, thereby plainly indicating that he did not consider it suffi-
fer to tidal water by the word navigable only.

Basis of the Public Right of Use Beyond the Tide.

eviously stated, the English cases were conflicting as to the
f the King's title to the soil beneath waters. After the doc-
private ownership to the soil under fresh waters began to
ognition the cases were obscure as to the basis of the public
use such streams, and this obscurity was never removed[nor

courts for the existence of this right in the public to
nontidal streams, the American courts, especiall
decisions, were at a loss to explain how such rig
It was often said that this right of navigation exten
having a natural capacity for navigation, and th
general presumption of an easement. But, as poin
Phear, in his Rights on Water, 15n, there is no basi
sumption. It was also said that the owners of
such streams could not prevent the acquisition of t
were not entitled to compensation for such subje
property to the common use of navigation. But an
upon long use or prescription can not be acquired
of the servient estate is capable of preventing by ac
tion of it. (Sturges *v.* Bridgman, 11 Ch. D., 852;
coll, 122 Mass., 199, 207; Mitchell *v.* Major, 49 Ga.,
by Marshall, J., in Willow River Club *v.* Wade (10

It must be conceded that the absolute private ownership of th
stream is inconsistent with its being public for any purpose; that
of the riparian proprietor's title, or if it be subject only to the
tion, then the exclusive right of fishing goes with such ownershi

The court, however, held that the right of fishing
the private ownership of the soil.

The true explanation is to be found in the fact
right of navigation is not an easement at all, depen
or prescription, but is a right of use incident to an
the public nature of the water. No other rational
be given for the existence of this right. In the
for example, the public had from the beginning of th
a right of navigation. This right is not founded o
grant; it is not an easement. In England, where
navigable, streams were private, it may have be
create the fiction of an easement. In this country,
as will be pointed out, the test of public waters w
but the navigable character of the water, it is a misn
the public right as an easement. By changing t
constitutes public water from the tide to navigab
navigable water is public and may be used by th
legitimate purpose, such as navigation, fishing, and

ide as the test, because it was a convenient one, and more easily deter-
haracter of the river. Hence the established doctrine in England, that
y jurisdiction is confined to the ebb and flow of the tide. In other words,
d to public navigable waters. At the time the Constitution of the United
adopted, and our courts of admiralty went into operation, the definition
been adopted in England was equally proper here. In the old thirteen
far greater part of the navigable waters are tide waters. And in the States
at that period in any degree commercial, and where courts of admiralty
l on to exercise their jurisdiction, every public river was tide water to the
vigation. And, indeed, until the discovery of steamboats, there could be
e foreign commerce upon waters with an unchanging current resisting the
ssage. The courts of the United States, therefore, naturally adopted the
ode of defining a public river, and consequently the boundary of admiralty
. It measured it by tide water. And that definition, having found its
ur courts, became, after a time, the familiar mode of describing a public
was repeated, as cases occurred, without particularly examining whether
niversally applicable in this country as it was in England. If there were
n the United States which are public, as contradistinguished from private,
ere there is tide, then unquestionably here as well as in England, tide
t be the limits of admiralty power. And as the English definition was
our courts, and constantly used in judicial proceedings and forms of plead-
wed from England, the public character of the river was in process of time
f, and the jurisdiction of the admiralty treated as if it was limited by the
*description of a public navigable river was substituted in the place of the thing
be described.* And under the natural influence of precedents and established
finition originally correct, was adhered to and acted on, after it had ceased,
ge in circumstances, to be the true description of public waters.

andonment of the *fiction* and the adoption of the *fact* of
lity would logically extend the boundaries of public waters
le all navigable waters. If the tide was made the test in
for ascertaining the extent of public waters (both as to
ght of use and title to the soil), the substitution of naviga-
fact for the tidal test would extend the scope of public
all waters navigable in fact. So far as the Federal Supreme
s reached an independent judgment, unhampered by local
any State, it has held that public waters of the Federal
ent are all waters navigable in fact. An apparent incon-
however, appears in the federal decisions when the federal
e called upon to decide upon the title to the soil beneath
waters. This inconsistency may be explained as follows:
erms of admission of the States formed from the Northwest
the Federal Government retained the right to dispose of
ic lands within such territory after it was incorporated in

in the water, many States have nevertheless adopted, for
of determining the title to the beds of navigable rivers, t
"navigable in law." These States extend the title of ripari
to the submerged soil, thus limiting the public title to suc
under tide waters, or what is equivalent to waters "n
law." The effect of this holding is to leave the scope
waters, with respect to the title to the submerged soil, ex
was in England and nullifying the effect of the change of
sole object in abandoning the English test of tide was to m
the large bodies of fresh water in this country, which, if th
test were followed, would be private water to the extent at
the title to the soil would be in the riparian owner. When
comes into the federal courts respecting the title to subm
these courts will follow the law of the State where the land
the state courts are not agreed as to the extent of the ti
riparian owner to the submerged soil, the decisions of th
courts are not harmonious. If, for example, a case come
federal courts concerning submerged land in Iowa, the fede
will follow the law of Iowa to the effect that the title is in t
On the other hand, if a case arises affecting land in Wisc
court will follow the law of Wisconsin to the effect that the
the riparian proprietor.

Public Waters in Wisconsin.

The Wisconsin court has followed the change of test
waters as above indicated. All waters navigable in fact
waters. In Jones *v.* Pettibone (2 Wis., 308 [1853]), how
Wisconsin supreme court sustained an exception to a ruling
court that a purchaser of land bordering on a meandered st
limited to the meander line, thus extending the private title
under navigable rivers to the center thread of the stream.
ing has been frequently followed. (Walker *v.* Stephenson, 2
Mariner *v.* Schulte, 13 Wis., 692; Wis. River Imp. Co. *v.*
Wis., 61; Olson *v.* Merrill, 42 Wis., 203.) The holding o
Pettibone, and the cases following it is limited to rivers.
navigable waters other than rivers, the court has consist
rigidly followed the consequences of the change of test.

'ade (100 Wis., 86, 104):

ch title (that is, the soil beneath rivers), by force of state policy, has passed ivate ownership, such ownership is of such a qualified character as not in nterfere with the character of the stream as public waters; *not public in the rivers as at common law were merely subject to the right of passage, but public on-law test of navigability.*

nstruction placed by our court upon the federal patents of which the title of the riparian owner was held to extend ter of the stream, did not involve a change of the character ter from public to private. There is no decision holding result of such construction the waters flowing over the land ially recognized to be in the riparian owner lost any of the of public waters at common law. Moreover, this result necessarily follow from such construction; at least the court decided that such a result *has* followed. There is no ndicating what effect, if any, upon cutting down the public water such construction will have. There is, on the other ch in the court's decisions to indicate that the public right s in no way been impaired by this construction.

igin and Nature of the Riparian Owner's Title to the Bed.

ver private ownership exists in the soil beneath navigable this State does not proceed from the United States under s. (Packer *v.* Bird, 137 U. S., 661; Barney *v.* Keokuk, 94 4; Railroad Co. *v.* Schurmeier, 7 Wall., 272; Illinois Steel ot, 129 Wis., 418; Wright *v.* Day, 33 Wis., 260.)

o the admission of Wisconsin no grants were made of the now comprised within the State divesting the Federal Gov-of its title to the soil under all navigable waters.

ely *v.* Bowlby (152 U. S., 1, 48) while recognizing that Con-the power to make grants below high-water mark of navi-ters in any Territory of the United States to promote some rpose, says:

ress has never undertaken by general laws to dispose of such lands. And are not far to seek.

en seen, by the law of England, the title in fee, or *jus privatum*, of the King ee was, in the phrase of Lord Hale, "charged with and subject to that *jus* hich belongs to the King's subject," or, as he elsewhere puts it, "is clothed

in cases above cited, "in trust for the future States." (Pollard v. Haga
212, 221, 222; Weber *v.* Harbor Commissioners, 18 Wall., 57, 65; Knigh
States Land Association, 142 U. S., 161, 183.)

The Congress of the United States in disposing of the public lands ha
acted upon the theory that those lands, whether in the interior or on the
high-water mark, may be taken up by actual occupants, in order to en
settlement of the country; but that the navigable waters and the soils u
whether within or above the ebb and flow of the tide, shall be and re
highways; and, being chiefly valuable for the public purposes of comme
tion and fishery, and for the improvements necessary to secure and pr
purposes, shall not be granted away during the period of territorial gover
unless in case of some international duty or public exigency, shall be
United States in trust for the future States, and shall vest in the several S
organized and admitted into the Union, with all the powers and preroga
taining to the older States in regard to such waters and soils within thei
jurisdictions; in short, shall not be disposed of piecemeal to individual
property, but shall be held as a whole for the purpose of being ultimately a
and dealt with for the public benefit by the State after it shall have bec
pletely organized community.

In Illinois Steel Co. *v.* Bilot (109 Wis., 418, 426) the cou

The United States never had title in the Northwest Territory, out o
State was carved, to the beds of lakes, ponds, and navigable rivers, exc
for public purposes; and its trust in that regard was transferred to the Stat
there continue forever, so far as necessary to the enjoyment thereof by t
this Commonwealth. Whatever concession the State may make without
essentials of the trust, it has been held, can properly be made to riparian
Under that, by long-established judicial policy, which has become a rule
a *qualified title* to submerged lands of rivers navigable in fact has been
the owners of the shores. Otherwise the title to lands under all public
the State, and it is powerless to change it.

The title to the beds of all navigable streams of this State passed to th
the United States with all the incidents of public waters at common la
River Club *v.* Wade, 100 Wis., 86, 111.)

See also Rossmiller *v.* State, 114 Wis., 169, 186; Barney *v.* Keokuk, 94
Illinois Cent. R. Co. *v.* Illinois, 142 U. S., 387.

Lakes and rivers, as to their public character and the ow
the beds, are governed by the same principles.

The title of the State to submerged lands under navigable waters, whe
rivers, came to it at the same time, subject to the same incidents, and
purposes, and must necessarily be governed by the same rules.

Willow River Club *v.* Wade (100 Wis., 86, 113, 114).

am. (McLennan *v.* Prentice, 85 Wis., 427; Priewe *v.* Wis., 93 Wis., 534, 550; 103 Wis., 537; Attorney-Gen. ex rel Smith, 109 Wis., 532.)

low River Club *v.* Wade (100 Wis., 86, 111, 113, 115, hall, J., said:

proceeded from the State, however, by force of its policy, as a concession er of the patent title, and became appurtenant thereto upon such title yed by the Government—a concession not resting for its validity on any the State through its legislative body, but on mere state policy as declared t and acquiescence therein for so long a time that it can not be changed king great hardship. * * * Obviously (p. 113) the mere declaration the courts, so long adhered to without challenge as to give it effect as a rule of property, can go no further than the State could go pursuant to uthority. * * * The beds of navigable waters which were once vested as a trust for public purposes, have not been, and could not be, parted t subject to that trust. * * * There is no declaration by this court pointed to showing that the character of such (navigable) streams, for any ses incident to public waters, has been affected by any abdication by the trusteeship for such purposes. * * * Only for such private purposes erfere with such public purposes has the title (to said soil under navigable en surrendered to the riparian proprietors.

ntended that the lands within the limits of Wisconsin were by the United States from Virginia by deed of cession in the condition that—

be formed out of the northwest territory shall be admitted into the Union e same rights of sovereignty, freedom, and independence as the other 'the original States" on the one side, and on the other side, "That all the * shall be considered as a common fund for the use and benefit of such d States as have become, or shall become, members of the confederation or nce of the said States, Virginia inclusive, according to their usual respec- ions in the general charge and expenditure, and shall be faithfully and sposed of for that purpose, and for no other use or purpose whatsoever;" ect itself against state action in hostility to the execution of this trust, States required the assurance that Wisconsin would "never interfere with disposal of the soil;" that this bargain between Virginia and the United be construed in view of the then conditions, and the then views, respecting on the one side, and property, water-power property, on the other side. to use the flow of a nontidal, navigable river was then, according to com- tanding, property—if the courts would then hold it to be property—parcel an estate, then the State never owned it, or any interest in it except as a he federation, or other than the right to take for public use on making just n. But if the court would then have held it to be a sovereign right, it e State by the Virginia deed of cession and the enabling act."

riparian estate would be determined by the same ger
as exist to-day. It is not possible to assert dogm
water power, at a particular point in time, is or is nc
riparian estate. It may, or may not be, dependin
stances. That was true in 1784, and it is true t
riparian owner within the limits of his own land can
fall of water to turn the machinery without encroa
reciprocal rights of other riparian owners or encroa
rights of the public, whatever they may be, a water p
the riparian estate. But his right is controlled by
rights of other riparians and the paramount right
The line between public rights and private rights
sharply drawn in 1784 than now. The classification
public and private was a part of the common law o
Virginia in 1784, and it was recognized that the scope
right was narrower with respect to lands bordering o
than lands bordering on private waters. To what e
of the riparian right on public waters would be res
exercise of public rights would necessarily have to
determined by the development of the law with respe
of public rights and activities in general.

It is further contended that the so-called trust do
attendant incident of inalienability announced in I
Railroad Co. *v.* Illinois (146 U. S., 389) is inapplica
Attorney-General *v.* Eau Claire (37 Wis., 400 [1875]
Eau Claire (40 Wis., 533 [1876]) the court recognized
power developed as an incident to the public work
municipal water supply could be alienated.

The two cases referred to were decided prior to t
Illinois Central Railroad *v.* Illinois, which case has be
followed in later Wisconsin cases. Further, in the t
tioned the validity of any proposed alienation was n
question; and, further, the doctrine of inalienability
Illinois Central Railroad *v.* Illinois does not prohibit
The distinction between a total alienation and a parti

t of the public interest in the lands and waters remaining. It is only by the distinction between a grant of such parcels for the improvement of the erest, or which, when occupied, do not substantially impair the public the lands and waters remaining, and a grant of the whole property in which is interested that the language of the adjudged cases can be reconciled. can no more abdicate its trust over property in which the whole people are like navigable waters and soil under them, so as to leave them entirely use and control of private parties, except in the instance of parcels men- the improvement of the navigation and use of the waters or when parcels osed of without impairment of the public interest in what remains, than it te its police powers in the administration of government and the preserva- peace.

f Limiting the Public Right of Use to Navigation Merely is upon the Riparian Proprietors.

nsin, upon her admission to the Union, acquired title to the ll lakes, ponds, and navigable rivers, and the waters thereon for all public purposes. The riparian owners derived title to s bordering on navigable waters under patents from the tates. It is claimed that the right to use the water for power of the riparian estate and is included in the grant of the What rights the patentee took under his patent to riparian question of interpretation and construction. The burden the patentee to establish the scope of his rights under the The rule is well settled that grants by the sovereign are to rued strictly against the grantee. Those who claim in dero- f the common right must establish their claim in clear and ocal terms. Nothing is to be taken by implication. Those tend that the grant of the upland carried with it all riparian xcepting only the right in the public to navigation, should their contention by something more tangible than implica- inference. (Charles River Bridge *v.* Warren Bridge, 11 Pet., dley *v.* Railroad Co., 21 Conn., 294, 306; Cooley, Constitu- mitations, 7th ed., 565; Devlin, Deeds, sec. 848.)

Scope of the Public Right of Use.

iparian proprietor, even though the owner by judicial sanc- he bed of navigable rivers, holds the title subject to the para- ight of the public to make any beneficial use of the water for

use of waters to develop power for public purposes. the right is not defined by "right of navigation an Those are words of description and not words of de scope of the right is defined by "all beneficial uses to wl can be put for the public." Navigation and fishing, t are examples merely.

* * * the waters in a navigable river, or other navigable bod far the property of the State that the State may control them for in their flow or otherwise, without making any compensation to ripa the borders of such streams or bodies of water * * *. The rig owner to have the water of a navigable stream flow past his lands a as they were accustomed to flow is as perfect against everybody e some corporation or person standing in its stead, as it is in the cas streams; and that right does not * * * depend upon his own under the water, but upon his riparian ownership, and the right control the waters of such streams in the public interest is the same ership of the soil under the water be in the State or in the riparian own * * * has * * * been fully adopted by this court in all case ference with the waters of a navigable stream has been for the im navigation thereof. Whether this court has decided or will decid may, for any and *all public purposes*, interfere with the waters of a whereby injury may result to the riparian owner, without maki therefor, need not be determined in this case. (Black River Imp. etc., Co., 54 Wis., 659, 681-682.)

Public Right of Use is Not an Easement Merely

By changing the test of public waters from tidal t in fact no change in the nature and scope of the publi was made. Public waters were none the less public a the new test. The word navigable was used to test the water, whether public or private. It did not descr and scope of the public right of the use in waters foun to be public. While navigability was made the test

---

[a] In Reyson *v.* Roate (92 Wis., 543 [1896]), plaintiff, who was a le water power, but who was not a riparian owner, sought to maintai defendant who cut and removed ice from the mill pond. *Held*, that not lie. Ice forming on a navigable stream, the title to which is in prietors, is considered a part of the realty, as an accretion. Hence, a riparian owner, could not sue. The case, however, does not deci the public rights. For example, if to navigate the stream it bec break up the ice or prevent its formation, the riparian owner could does the case decide that the riparian owner could prevent the public The right of the riparian owner and of the public are not in issue.

;" is descriptive merely. For example, easement is syn- vith—

ublic to regulate, control, and direct the flow of the navigable waters, to celerate such flow, etc. (Wis. River Imp. Co. *v*. Lyon, 30 Wis., 61, 65.)

lic interest is dominate; the private interest is subordinate. an's—

* rests * * * upon a passive or implied license by the public, and e to the public use and may be regulated or prohibited by law. (Ryan, . Wausau Boom Co., 47 Wis., 314, 322.)

wn in England did not hold *easements* in public waters in s subjects, and the State when it succeeded to the Crown's ot acquire easements in trust.

nceding that the term easement adequately describes the its, the scope of the easement has been broadened much e mere right of passage. For example, it is made as broad ights in "tidal water at common law" (Rossmiller *v*. State, 169, 186); to include "subject to such rights as are inci- blic waters at common law" (Pewaukee *v*. Savoy, 103 Wis.,

also held, in Jones *v*. Pettibone (2 Wis., 319) that the title of the pur- center of the stream was taken subject to the public easement or right d navigation, and when the nature and extent of this easement or right ed, it will be found for this purpose to be almost or quite immaterial be regarded as holding to the center of the river or only to the margin easement, or right of the public to regulate, control, and direct the flow able waters, to impede or accelerate such flow, to deepen the channel obstructions found in it, or to change the direction of the current from the stream to the other, or to make an entirely new channel, and, in anything within the banks of the stream itself which may be considered fit and improvement of commerce and navigation will be found to be a ve and absolute one. (Wis. Riv. Imp. Co. *v*. Lyon, 30 Wis., 61, 65.)
he rights of the public are concerned, it is obvious that it makes little hether the riparian proprietor is regarded as holding to the center of the hether his title terminates at the margin thereof; because, in either case, as the right to improve, regulate, and control the bed of the stream and he waters therein in the interest of navigation and commerce. (Dela- & N. W. Ry. Co., 42 Wis., 214, 225.)
d in this State that a riparian owner of navigable water may construct is land, in shoal water, proper wharves, piers, and booms, in aid of navi-

property, but public in the sense that they may be used a
by the public for any legitimate public purpose.[a] As sa
shall, J., in his opinion in Willow River Club *v.* Wade
86, 116):

The waters of the State belong to the State, not for one public purpose
all public purposes originally designed, and which should have been, a
most carefully guarded. It is open to serious doubt as to whether the
private ownership of the property of the State in submerged lands, to an
not a mistake. Certain it is that such title, in all territory out of which
northwestern States were carved, was vested in them in trust for publ
the highest importance, which have grown, and are likely to grow, as ti
Probably, if such importance had been fully foreseen at the start, the St
would have been more rigidly and jealously guarded, and private owner
allowed to invade at all, either the public title or the public use; certai
out consideration, by mere operation of state policy judicially declared.

In Farnham on Waters (pp. 170–171), it is stated:

Whether the title is in the Crown or in a private individual, it is s
public use, to the injury of which the private title can never be u
The use for passage is the most important one to which the water can be
this right it is universally agreed that the owner of the soil can not in
any case the fishery at a particular place is of such importance to the p
public should have a right to exercise it, it would be within the true line c
ment of the law to hold that such use was within the original purpose of
so that the public right would extend to it. * * * The same conside
apply in extending or withholding the right to take ice from the wate
drawing the water itself, the title of the individual being held subord
uses which public policy requires to be extended to the public. The
has consistently developed according to these principles.

That there is a fundamental difference between what is
what is private water is illustrated by the following cases

In Massachusetts, by the colonial ordinances of 1641–1
in substance provided that all ponds above a certain size
property, like tide waters, both with respect to the soil u
and the right of reasonable use for all lawful purposes
fishing, fowling, boating, skating, bathing, the taking of

---

[a] It is not feasible here to make an exhaustive statement of what const
mate public purpose. It is sufficient for the present to cite as an exam
water for municipal water supply, or the development of hydraulic pow
pal lighting.

..ing establishments on the only outlet of a great pond and
l and land on either side of the stream, was incorporated
rpose of constructing a reservoir of water in the pond by
dam across such outlet for the benefit of such establish-
d at great expense acquired flowage rights all around the
t the dam, raised the water, and continued to maintain its
The city of Fall River was authorized by the legislature
certain quantity of the waters of the pond and apply them
nestic uses, the extinguishment of fires, and to the public
e city, without being liable to pay any other damages than
itself would be legally liable to pay. The city took the
he authorized quantity, which substantially diminished the
stream and caused actual injury to the water power of the
In an action in equity to enjoin the withdrawal of the
the ground that the statute authorizing such withdrawal
compensation to the plaintiff was unconstitutional, the
that (p. 557):

ordinance, the State owns the great ponds as public property held in
lic uses. It has not only the *jus privatum*, the ownership of the soil, but
publicum, and the right to control and regulate the public uses to which
all be applied. * * *

the rights and powers of the State in and over the great ponds, it seems
e rights of proprietors owning land either on the pond or on any stream
it can not be decided by the rules of the common law applicable to ordi-
s. They must be determined with reference to the ordinance and the
erty established by it, and we are of opinion that they must be regarded
te and subject to the paramount rights of the public declared by the ordi-
who take and hold property liable to be affected by this rule of property
d under and in subordination to it. Each grant carries with it an implied
of these paramount rights, unless the terms of the grant exclude such reser-
hat the grant from the State of land upon a stream flowing from a great
t convey an unqualified fee with the right to enjoy the usual and natural
tream, but a qualified right, subject to the superior right of the State to
d and its waters for other public uses if the exigencies of the public for
ds the pond in trust demand it. * * * In the cases at bar, by the
the legislature authorizes the city of Fall River to draw daily 1,500,000
ter from the North Watuppa Pond, and to "apply the water taken under
l domestic uses, the extinguishment of fires, and to the public uses of the
se are all public purposes. The legislature, acting on the conviction
ndant supply of pure water to the people is of paramount importance, has
be a wise public policy to appropriate the waters of this pond to those
without making compensation to those who, owning land on the natural
ng from it, have been accustomed to use the water for power as it flows

ground that a safe and advantageous use of the water for drinking a tic purposes would be best promoted by terminating this form putting the property in the control of the water board.

In accord with the above cases: Auburn *v.* W (38 Atl., 561 (Me.) [1897]); City of Elgin *v.* Elgin H Ill. App., 182 [1899]).

The method by which the water becomes public is i Massachusetts and Maine the result was accomplish nance of 1641–1847; in Washington by constitutional Wisconsin by judicial interpretation, holding that all w in fact are public.[a] Once establish that the water is pu subject to all legitimate public uses, irrespective of me its public character was established.

A more significant case illustrating that where wa they may be used for any legitimate public purpose is t

Minneapolis Mill Co. *v.* Board of Water Commissione Paul (56 Minn., 485; 58 N. W., 33).

Plaintiff owned the right bank of the Mississippi Ri of St. Anthony and built a wing dam into the river a the falls and utilized the water power created ther corporation, the St. Anthony Falls Water Power Co the left bank of the river and also built a wing dam and the two dams were extended until they met at th stream. Each company leased the power so created t upon the banks of the stream below the falls. A country, 130 square miles, in Ramsey, Washingtor Chisago counties, embracing White Bear, Bald Eagle, a is drained by Rice Creek to and through Lake Baldv into the Mississippi River, 8 miles above St. Anthony waters add sensibly to the volume of water there.

The board of water commissioners of the city of S under legislative authority, in 1889 established pum Lake Baldwin, and have since taken therefrom for t inhabitants of that city, situated 10 miles below tl

---

[a] The steps by which this result was reached are given *ante*,

laintiffs are riparian owners on a navigable or public stream, and their
h owners are subordinate to public uses of the water in the stream. And
under their charters are, equally with their rights as riparian owners,
to these public uses.
can be no doubt but that the public, through their representatives, have
apply these waters to such public uses without providing for or making
n to riparian owners.
ıvigation of the stream is not the only public use to which these public
be thus applied. The right to draw from them a supply of water for the
of cities in their vicinity is such a public use, and has always been so
At the present time it is one of the most important public rights, and is
g in importance as population increases. The fact that the cities, through
nmissioners or officers whose functions are to manage this branch of the
overnment, charge consumers for water used by them, as a means for pay-
and expenses of maintaining and operating the plant, or that such con-
ne water for their domestic and such other purposes as water is ordinarily
city waterworks, does not affect the real character of the use, or deprive
ic nature.
s taking water from navigable streams or lakes for such ordinary public
ver of the State is not limited or controlled by the rules which obtain be-
an owners as to the diversion from, and its return to, its natural channels.
ing that the taking is for a public use, and the above proposition naturally

ow to the provisions of defendant's charter, Laws 1885, chapter 110, it
that the board was not limited to public waters as the sources of its con-
lditional supplies. It was authorized to appropriate private waters for
and hence the provisions of the act which provide for the ascertaining
ing compensation for, damages caused by a diversion of water must be
applying solely to cases where the board took private property by using
merely *private waters*. Inasmuch as the State itself could use the waters
as against the plaintiffs, without compensation, it would require very
ge to that effect to justify the conclusion that the legislature intended
respondent board the burden of paying plaintiffs for what, as against
hey did not own. If the right granted by the legislature had been exclu-
ert waters from a certain specified body of public water, such as one of
ponds of Massachusetts, referred to in the cases cited from the reports of
that the provisions in Laws 1885, chapter 110, relating to compensation
ply to anything else—to the owners of private waters, for instance—the
contended for by appellants that it was intended they should be com-
ase damages resulted might arise by implication.

was carried by writ of error to the United States Supreme
U. S., 349), where it was claimed that the decision of the
was wrong because: (1) It deprived them of their prop-
ut due process of law; (2) or if the State originally had the
vert the water, it had surrendered such right to the plaintiff
3) that the decision was a radical change from the previous

of the public.

Commenting on (3) the court said (p. 371):

Whatever may be the rights of the plaintiffs in error under their cha riparian owners of land to build and maintain their dams to the center there is no decision cited which holds that they are entitled to the use c which would naturally flow past their lands and over their dams so co has the state court decided that the only right of the State * * * the right of the State to control or use the bed of the stream and the for purposes of navigation only. That limitation has never been pla State with reference to the point here in question.

Commenting on the claim that the State had granted i ters of plaintiffs in error the right to use all the water f their lands and that the decision of the court was an im the obligation of contract, the court said (p. 371):

We think this contention can not be maintained. We are of opinion construction of these territorial charters does not give such contract claimed by the plaintiffs in error. They were grants of power to t companies, under which they were licensed to build their dams out for the purpose of utilizing the power, and of using the water that flo river. These grants were in legal effect subject at all times to the pa of the State as trustee for the public to divert a portion of the waters fo and they were also subject to the rights in regard to navigation and com in the General Government under the Constitution of the United Sta upon this subject Watuppa, etc., Co. *v.* Fall River, 147 Mass., 548; Cit Union Waterpower Co., 38 Atl. Rep., 561, Supreme Ct. of Me., Oct was no contract by virtue of these charters that the companies should all time be entitled to all the natural flow of the water in the river w the right of the State, as above mentioned. The claim made by the c to us most extravagant. The State or any particular subdivision under its authority, would, if these claims were valid, be forever the from using any portion of the waters of the river for any public pur pensation for such use were first made these plaintiffs. This constructi of the charters assumes the power of a territorial or state legislatu legislatures in dealing with these public rights, and it prevents th viding for the use of any portion of the waters for public purposes of t character without first making compensation to the plaintiffs fo should assume the validity of an act of the legislature of such a under the decision of this court in Illinois Central Railroad *v.* I 387, is at least doubtful), it is clear that we ought not to adopt a c to that result unless the legislative act be plain and beyond all do opinion that these particular charters of the plaintiffs are not to The sections of the acts which are material upon this point si companies to maintain their dams and sluices and permit the maintain other dams, etc., for the purpose of manufacturing, c water power owned or possessed by the companies, in such man as shall be authorized by the directors. But there is no lang

o *v.* Wade (100 Wis., 86), already noticed and commented
ıld be further examined. The case dealt with a small non-
l stream navigable in fact. The plaintiff owned both banks
eam, and hence the soil under it. The defendant entered
stream from a highway and by means of a boat went in
e plaintiff's premises and from the boat caught fish. This was
of trespass for damages for taking the fish. As previously
ıt (*ante*, p. 21), the right to take fish on a private stream
exclusively at common law to the riparian proprietor and
uable property right. If, as is contended, the navigable
Wisconsin are private, subject merely to an easement of
ı in the public, then the right of fishery should be in the
wner. The court held, however, that such right was in the
t has been said of this decision that the public right of
.s recognized merely as an incident to the public right to
In England where the public has an easement of naviga-
rivate streams, it has never been held that this easement
th it the right to take fish. It is difficult to see why the
t of the right to navigate should include the right to take
The last part of the opinion of the court appears to put the
ht upon an independent basis and not as an incident to
ı. The court refers to Laws of 1893, chapter 307, section
ıotes as follows:

ıte the legislature has expressly declared that "all fish in the public waters
of Wisconsin are hereby declared to be the property of the State and may
the use of the individual, and become his property at any time and in
not prohibited by the laws of this State." Public navigable streams are
ublic waters" within the meaning of that act. Since the defendant kept
banks of the river, * * * within the limits of the public highway,
fishing was nothing more than the exercise of a right common to the

curring opinion of Marshall, J., in which Bardeen, J., joins,
y clearly that he does not regard the right as a mere inci-
vigation.

vith the decision of the court, but regard the opinion of the chief justice
amed as to lead to the belief that the common right of fishing in navigable
is State is a mere incident to the right of navigation, and that defendant
because he was navigating the stream in a boat at the time of the act
of; in short, that he was where he had a right to be in the exercise of the
igation, and therefore that he was not a trespasser upon the plaintiff's

La Crosse, etc., Co., 54 Wis., 659.) To promote t
navigable waters the rights of the riparian owner h
lessly, at least vigorously, been subordinated to the
His right of access, regarded as a valuable right of]
States, has been taken away without compensation
Imp. Co. *v.* La Crosse, etc., Co., *supra;* Cohn *v.* Bo
314.) The water power of mill dams has been se
without compensation. (Falls Mfg. Co. *v.* Oconto,
He has been denied the right to use the water in fr
float his logs to market, in order that a corporation t
granted the exclusive right to improve navigation r
its work, and to this corporation he has been compell
for facilities which he might have procured indepen
of his access to the waters. (Cohn *v.* Boom Co., *sup*
viduals and corporations intrusted with this work
ferred the powers of eminent domain.

All this work has been done to render available
State for the public use of navigation, although in
improvements have in reality had more to do wi
available the waters for use to develop hydraulic pc
der them available for public use for navigation.
waters, as has been repeatedly held, pertain to the S
eign and governmental capacity; their use consti
and collective right held for all legitimate public
scope of what constitutes a legitimate public purpos
exhaustively determined. The appropriation of v
power for the common or public use would seem t
limits of legitimate public purposes, and the supre
State has never held that it does not.

Compensation to Riparian Proprietors.

As in the improvement of waters to permit the pı
for navigation, no compensation was necessary
proprietor so long as the work and its effects were
the banks of the stream, so in the improvement of
the public use of them for hydraulic power, no
riparian owners is necessary so long as the work is
the banks; for any land appropriated or flooded out
belonging to riparian owners, compensation must

ıt to Improve Public Water for Hydraulic Power is a Franchise.

ıt of the public to use waters for navigation is held by the ts sovereign or governmental capacity. The work of ren- waters fit for such public use is public, and were it not for ɔnal restrictions upon the State, such work might be done A grant from the State to individuals or corporations to ıs or other structures in navigable rivers to render such ailable for the public use of navigation constitutes a Cohn *v.* Wausau Boom Co. (47 Wis., 314).

sting grants of franchises to put obstructions in navigable ı order to improve navigation are sustainable only on the ıat they serve a public purpose, viz, to render the water for the public use of navigation, and that the grantees of hises are performing a public work; otherwise the grant of r of eminent domain which accompanies many of these is invalid. The State could not authorize an individual t the public stream for a private purpose. When the State o have a navigable stream obstructed it is not merely con- s "easement of navigation." It is, through private indi- romoting a public work and rendering more available a ɔr public right.

e, the right of the public to use waters for hydraulic power in legitimate public purpose is held by the State in its sovereign nmental capacity. In making the water available for this he State may act through individuals or corporations. A n the State to individuals or corporations of the right to s or other structures in navigable streams for the purpose ɔing hydraulic power to be used for public purposes is a and is subject to all the characteristics and incidents of in general.

connection should be noted the Ice Tax case. (Rossmiller 14 Wis., 169.) Here the court decided only that the State assert a proprietary interest in the water and charge for rmed therefrom. This was put upon the ground that the held by the State as *jus publicum*, a part of the community which every citizen by virtue of his membership in the

property. If the development is done by private
State authority, they may exact a charge for the impr
The booming and logging companies are familiar ex
viduals improving the navigation of streams and cl
improved services rendered.

Cases Distinguished.

The following cases have been relied upon as se
public has no greater rights in streams and rivers th
and fishing as an incident thereto. (Green Bay & M
Co. *v.* The Kaukauna Water Power Co., 70 Wis., 635
case on appeal, 142 U. S., 254 [1891].) The material
these: The act for the improvement of the Fox and W
approved August 8, 1848, created a board of public
on such improvements, and provided in section 16 th

When any lands, waters, or materials appropriated by the boar
improvements shall belong to the State, such lands, waters, or mat
of the adjoining land as may be available for hydraulic or comme
be absolutely reserved to the State; and whenever a water power
reason of any dam erected or other improvements made on any
water power shall belong to the State subject to future action of th

The plaintiff became the owner of the surplus wate
by a dam which is a part of the work of improvemen
The defendants, who are riparian owners, cut throug
ment on the side of the pond created by the dam an
canal for the purpose of taking water from such p
mills. They constructed head gates in the canal, whic
would stop the water as effectually as the emb
plaintiff filed a bill asking that the defendants be
drawing the water from the pond and be required
embankment. In the Wisconsin supreme court, Ly
said:

The controlling question in this case is, Has the defendant *
cut the embankment on lots 5 and 6 * * * and draw water fr
by the Kaukauna dam for the purpose of propelling machinery l
below the dam?

t by locating the south end of the dam upon lot 5 and build-
bankment thereon, and on lots 6 and 7, and appropriating
water power created by the dam, the State took the prop-
owners of those lots, and that the laws of the State made
te provision for compensating them therefor. The court
the act of 1848 which purported to provide compensation
d because it—

e the landowner a right to institute condemnation proceedings under it
ompensation determined, and if the State should institute such proceed-
pensation when determined was by section 21 of the act made payable
appropriated to such improvement. By section 20 the record in the office
r of deeds of the transcript of the award * * * operated to fix the fee
e premises condemned to the use of the embankment. This, without
sum so awarded as compensation to be first paid. The history of the
t * * * shows that improvement fund was a very uncertain source
for the payment of a debt charged upon it.

rt held, however, that these defects in the law had been
he federal act of March 3, 1875, whereby the United States
to pay for any property taken, and the method of ascer-
compensation was that prescribed by the laws of Wiscon-
ect to lands taken by railroads.

t the plaintiff had a prescriptive right to maintain the
of the dam on lot 5. The court was of the opinion that the
tes had the legal right to maintain the dam on lot 5 without
prescription, and therefore the question was immaterial.
iff's claim—

not well founded as to the additional embankment constructed from the
w dam; perhaps not as to the portion of the new dam on lot 5. * * *
r the question of prescription should be decided, were it material, it
clear that no statute of limitations has run against the right of the present
5 to recover of the United States compensation for the portion of that lot
e improvement and for the injury to the lot caused thereby. * * *
he right to compensation was not cut off until a prescriptive right to main-
had matured by twenty years' adverse user.

er compensation defendant is entitled to, adequate pro-
ade by the federal act of 1875.

decided the foregoing contentions against the defendant,
held that the plaintiff was entitled to an injunction.

y contentions made in the state court were (1) on the con-
of section 16 as to whether it included all the water power

tial to the disposition of all the questions raised in the
and was therefore dicta. Whatever the defendant's prop
were that had been taken, adequate methods of ascert
paying for them were provided by the act of 1875.
never availed itself of that act, and there never was any a
awarding compensation for the water power thus taken.

From the foregoing it is apparent that anything in the
the court to the effect that the riparian owner was entitl
pensation for his loss of water power is dicta.

It should be noticed, further, that the case deals only with
where *surplus* water power results as an incident to the in
of navigation, which surplus was devoted to *private* uses;
there had been no surplus water power; that all the water
for the public use of navigation or for other public p
defendant would none the less be deprived of its water
court does not purport to decide that where all the water
the public use of navigation or other legitimate publi
total appropriation for that use takes place, that the ri
is entitled to compensation for the loss of the right to
for power. There was, in fact, in this case more wat
needed for navigation or for any other public purpose, a
resulted from this surplus of water. If there had be
there would have been no power. Even granting, fo
argument merely, that the court could on the issues p
decided that the riparian owner was entitled to compe
loss of water power, the decision goes no further than
right to compensation for so much of the water or su
as was not necessary for the public use of navigation an
was turned to private uses. In other words, the court
that in the exercise of the public right of use of all the
gation, compensation must be made to the riparian ow
of the use of the water for power. Nor does the cou
the surplus had been used for public purposes comp
have been necessary to the riparian owner. The pub
water for navigation or for other legitimate public pu
this case come into conflict with the private use of

property without due process of law.

ion before the court was not what constitutes property, the process by which the property, whatever it may as taken was *due* process.

legislature of Wisconsin of August 8, 1848, in so far as it provided that er created by the dam erected, or other improvements made on the elong to the State, is claimed to be invalid upon the ground, first, that take private property for a private purpose; and, second, that if it were aking of private property for a public purpose, it was void under the the State, and not due process of law, because the act did not provide ertaining and making compensation for the property so taken. Prac- question is whether this act was valid in so far as it authorized the d appropriate the water power in question.

ords, whether the act was invalid because it was a taking roperty for private use, or if for a public use, because it ide a method of ascertaining and making compensation erty so taken. If either ground was established, there of property without due process of law, for due process the taking be for a public purpose and that the method ing and securing the compensation provide that the property is concerned shall have the right to institute o determine his compensation and that his compensation or secured in advance of the taking. On pages 272–276 discusses whether the purpose of the taking is public or e remaining 6 pages of the opinion are devoted to con- defects in the act of 1848, whether these defects were federal act of 1875, whether the canal company or the ernment should pay for the water power, and whether y remedy superseded the common-law remedy.

vas decided in 1891. If it stands for the proposition that wer is riparian property which must be paid for if taken by the exercise of the public right of navigation, it is with the later cases, viz, The Falls Mfg. Co. *v.* Oconto, *pra,* decided in 1894, and Scranton *v.* Wheeler, *supra,* 900. In the first case the plaintiffs' water power was paired without compensation because of the improvement n for navigation. The court confirms Cohn *v.* Wausau *upra* (1879), and Black River Imp. Co. *v.* La Crosse, etc.,

veyance of the owner of the lot, and situated between two br
built upon piles, and without draw or swing and within 40 rods
the vicinity of a building in the center of said river; that dams
river within said city in many places, which prevent the use
gation, and many buildings have been built out into said river
the owners thereof, and that such obstructions have existed fo
and that practically and in fact said river has not been and c
navigation, and that there has been no necessity or need for su
during a very long time past; and that the construction of sai
materially obstruct or abridge such use if required, because a s
space of said river would thereafter remain for such purpose. I
the public or anyone needs or requires, or that any exigency de
river within said city for the legitimate purposes of navigation a

These facts, which sufficiently appear in the re
to negative the allegations of the complaint that sa
"cause great public inconvenience, mischief, and dam
irreparable, and permanent injury," by the int
navigation of said river. * * * When anyo
shall have the means of using this river for the le
of navigation, and shall desire to use the same for
will be time enough for him or the attorney-gen
and the courts of law will afford, in such an ex
remedy.

Janesville *v.* Carpenter (77 Wis., 288).

Bill to enjoin defendant from building or contin
driven in the bed of Rock River within the limits of
The complaint stated no damages to either party
It was obscure, defective, and speculative. The
Mills did not allege any real injury to its water po

So far as the action was a bill in equity to enjoi
of a tort or the creation of a nuisance the court *held*
tive; that it was an anomolous action; that the—

action does not involve any question of obstruction or injury to n
to any public right. * * * The complaint does not sho
building would be a public or private nuisance. * * * It is
public action.

holds the statute unconstitutional on a variety of grounds:
ion of property; (2) denial of equal protection of laws;
on by the legislature of judicial functions.
e attempted to compel the court, at the suit of a private
in the use by a riparian proprietor of the bed of a stream,
of whether such use invaded any public or private right.
te was clearly unconstitutional. The case in no way in-
ussion or decision on the extent of public rights in navi-
s.